

Autoreferat

1. Imię i nazwisko.

Marcin Ziółkowski

2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe lub artystyczne – z podaniem podmiotu nadającego stopień, roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej.

- **dyplom ukończenia studiów licencjackich na kierunku matematyka** (specjalność nauczycielska), Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Częstochowie, rok uzyskania dyplomu 2003;

- **dyplom ukończenia studiów uzupełniających magisterskich na kierunku matematyka** (specjalność nauczanie matematyki i informatyki), Akademia Świętokrzyska im. Jana Kochanowskiego w Kielcach, rok uzyskania dyplomu 2005;

- **uzyskanie stopnia naukowego doktora nauk technicznych w dyscyplinie naukowej informatyka**, Politechnika Częstochowska, rok uzyskania stopnia naukowego 2012, tytuł rozprawy doktorskiej: „*Modele i algorytmy wyznaczania pamięci systemów informatycznych w warunkach niepewności stochastycznej*”, rozprawa doktorska wyróżniona na wniosek jednostki przeprowadzającej postępowanie (Rada Wydziału Inżynierii Mechanicznej i Informatyki Politechniki Częstochowskiej).

3. Informacja o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych lub artystycznych.

obecne zatrudnienia (umowy o pracę):

Od 1.10. 2017 r. – zatrudnienie na stanowisku adiunkta naukowo - dydaktycznego (Katedra Systemów Informatycznych, Instytut Informatyki Technicznej) w Szkole Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie (podstawowe miejsce pracy);

Od 1.10. 2024 r. – zatrudnienie na stanowisku adiunkta dydaktycznego (Katedra Informatyki, Wydział Projektowania) w Uniwersytecie SWPS w Warszawie (dodatkowe miejsce pracy).

poprzednie zatrudnienia (umowy o pracę):

Od 1.02.2006 r. - 30.06. 2006 r. oraz od 1.10. 2007 r. – 30.09. 2017 r. - zatrudnienie na stanowisku asystenta, a od 1.03.2013 r. adiunkta naukowo - dydaktycznego w Instytucie Matematyki i Informatyki Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie.

zatrudnienia na umowach cywilnoprawnych:

2006 – 2007 - zatrudnienie na stanowisku wykładowcy w Kolegium Informatycznym w Wodzisławiu Śląskim (opieka naukowa Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie), umowa - zlecenie;

2005 – 2009, 2017 - zatrudnienie na stanowisku wykładowcy w Akademii Humanistyczno Ekonomicznej w Łodzi (wcześniej Wyższa Szkoła Humanistyczno - Ekonomiczna w Łodzi), umowa o dzieło;

2017 - 2019 - zatrudnienie na stanowisku starszego wykładowcy w Uniwersytecie Humanistyczno - Przyrodniczym im. Jana Długosza w Częstochowie, umowa zlecenie.

4. Omówienie osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce. Omówienie to winno dotyczyć merytorycznego ujęcia przedmiotowych osiągnięć, jak i w sposób precyzyjny określać indywidualny wkład w ich powstanie, w przypadku gdy dane osiągnięcie jest dziełem współautorskim, z uwzględnieniem możliwości wskazywania dorobku z okresu całej kariery zawodowej.

A. Wstęp

Osiągnięcia naukowe w moim dorobku, które, w mojej ocenie, stanowią znaczący wkład w rozwój dyscypliny naukowej **informatyka techniczna i telekomunikacja** w dziedzinie **nauk inżynierijno - technicznych** mogą być w reprezentatywny i pełny sposób przedstawione w oparciu o monotematyczny cykl wybranych artykułów naukowych pod wspólnym tytułem:

„Nowe modele systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości będące istotnymi uogólnieniami klasycznych systemów kolejkowych oraz ich praktyczne zastosowanie w procesie analizy realnych systemów informatycznych o stochastycznym charakterze działania”,

opublikowanych w latach 2018 - 2024, których jestem autorem lub współautorem z wiodącym wkładem w powstanie publikacji i które zostały opublikowane w finalnych wersjach w recenzowanych czasopismach naukowych znajdujących się w wykazach czasopism naukowych z poszczególnych lat, zgodnie z przepisami wydanymi na podstawie art. 267 ust. 2 pkt 2 lit. b Ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. - Prawo o Szkolnictwie Wyższym i Nauce (Dz. U. Z 2023 r. Poz. 742 z późn. zm.).

Tematyka wszystkich wybranych publikacji skupia się na **modelowaniu matematycznym systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości**, w tym przede wszystkim na wprowadzeniu **nowych** modeli dla systemów z sektoryzacją pamięci buforowej oraz systemów z nieidentycznymi serwerami (w kontekście różnych charakterystyk czasu obsługi zgłoszeń dla poszczególnych serwerów), a także **wykorzystaniu otrzymanych wyników do obliczania charakterystyk utrat informacji** w postaci jawnej lub ich aproksymacji, co ma również bezpośredni wpływ na szacowanie niezbędnego rozmiaru pamięci buforowych

realnych systemów informatycznych na etapie zarówno ich projektowania, jak i analizy ich działania w czasie rzeczywistym i możliwości poprawy ich jakości, na przykład poprzez zmniejszanie charakterystyk utrat informacji w wyniku odpowiedniego doboru rozmiaru pamięci buforowej.

Do przedstawionego cyklu publikacji nie wybrałem wszystkich publikacji mojego autorstwa lub współautorstwa, których tematyka znajduje się w omawianym zakresie, nawet w przypadku pojawienia się istotnie nowych i cennych wyników naukowych. Kluczami, na podstawie których została stworzona lista publikacji, były przede wszystkim: waga prezentowanych nowych wyników naukowych i możliwość ich praktycznego wykorzystania, renoma i zasięg czasopisma, w którym opublikowano istotne wyniki (w tym punktacja ministerialna artykułów oraz liczba cytowań), poziom wkładu własnego w otrzymanie nowych wyników (samodzielne autorstwo lub wiodący udział w powstałej publikacji wieloautorskiej) oraz poziom merytoryczny i zaawansowanie metodologiczne prac, a także pojawienie się w publikacjach nowych autorskich idei związanych z wprowadzaniem nowych pojęć, uogólnień znanych modeli czy technik prowadzenia zaawansowanych obliczeń symbolicznych i numerycznych mających praktyczne zastosowania w analizie klasycznych systemów kolejkowych lub ich uogólnień, prowadzących w konsekwencji do możliwości uzyskiwania wartości ważnych charakterystyk działania realnych systemów informatycznych.

Wiele prac, których tematyka pokrywa się z tematyką cyklu publikacji przedstawionych do oceny, powstało dużo wcześniej. Jako młody pracownik nauki, do momentu uzyskania stopnia naukowego doktora, opublikowałem wiele innych artykułów o tej tematyce (głównie jako współautor) w latach 2005 - 2012. Dodatkowo, oprócz prac zawartych w cyklu, w latach 2013 - 2020 powstały inne prace o podobnej tematyce, publikowane na przykład w materiałach konferencyjnych z konferencji międzynarodowych lub czasopismach o mniejszej renomie i zasięgu (część B wykazu czasopism punktowanych do roku 2019). Często były to prace o charakterze wstępnych badań, których znaczenie było również bardzo ważne, ponieważ otwierały one możliwości do późniejszego uzyskiwania poważniejszych rezultatów naukowych, ale nie mogą być one traktowane jako istotny i samodzielny wkład do wskazanej dyscypliny naukowej z uwagi na niższy poziom merytoryczny, niższy zasięg i renomę czasopism publikujących wyniki oraz, szczególnie w początkowych latach pracy, mój mniejszy wpływ na powstanie publikacji. Istotnie, w pierwszych latach pracy zajmowałem się głównie rozwiązywaniem pewnych szczególnych problemów obliczeniowych, poznawałem modele wprowadzone przez innych badaczy i podejmowałem dopiero pewne nieśmiałe próby tworzenia własnych modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, początkowo po wpływie i kontrolą innych badaczy, w tym m. in. promotora mojej rozprawy doktorskiej, prof. dr. hab. Olega Tikhonenko, specjalisty z zakresu modelowania systemów kolejkowych, zarówno systemów klasycznych, jak i systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, których modelowanie rozpoczęło się między innymi dzięki jego pracom i można z całą odpowiedzialnością uznać Pana Profesora za jednego z prekursorów badań o tej tematyce nie tylko w Polsce, ale również na świecie. Dlatego w tym punkcie prace te zostaną pominięte, natomiast niektóre z nich zostaną krótko omówione w innej części autoreferatu, która prezentuje mój rozwój naukowy oraz istotną aktywność naukową realizowaną głównie na dwóch uczelniach: Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie oraz Szkole Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie.

Na początku chciałbym podkreślić kilka dość istotnych faktów dotyczących tematyki prac ujętych w cyklu przedstawianym jako zbiór osiągnięć naukowych, istotnych ze względu na rozwój dyscypliny naukowej informatyka techniczna i telekomunikacja.

Po pierwsze, klasyczna teoria kolejek oraz jej późniejsze uogólnienie, czyli teoria obsługi zgłoszeń o losowej objętości, zawsze miały dość interdyscyplinarny charakter z uwagi na umiejscowienie tematyki i metod analizy na styku dyscyplin naukowych takich jak między innymi: matematyka, informatyka, telekomunikacja czy automatyka. Jeszcze pod koniec ubiegłego wieku i na początku obecnego, polskie jednostki naukowe miały ogromny problem z zakwalifikowaniem dorobku naukowego osób zajmujących się omawianą tematyką do jednej konkretnej dyscypliny naukowej, w szczególności do informatyki (sam jestem jaskrawym tego przykładem, ponieważ wiele jednostek naukowych na etapie próby otwarcia przewodu doktorskiego nie było skłonnych przyporządkować mojego dorobku z zakresu teorii systemów kolejkowych i ich uogólnień do dyscypliny naukowej informatyka). Wiele postępowań w sprawie nadania stopnia naukowego doktora oraz postępowań habilitacyjnych początkowo było realizowanych w ramach dyscyplin naukowych matematyki lub telekomunikacji. Sytuacja jednak w ostatnich latach stopniowo zmieniła się, a specjaliści z zakresu teorii kolejek coraz częściej uzyskują stopnie naukowe w dyscyplinie informatyka (zarówno doktoraty jak i habilitacje), głównie w dziedzinie nauk technicznych, tu oprócz mojej osoby (uzyskanie stopnia doktora) można wymienić m.in. prof. Wojciecha Kempę oraz prof. Andrzeja Chydziańskiego z Politechniki Śląskiej (uzyskanie stopnia doktora habilitowanego oraz tytułu profesora). Powodem stopniowej akceptacji przyporządkowania badań z zakresu systemów kolejkowych do dyscypliny naukowej informatyka był ustawiczny rozwój informatyki, w tym pojawienie się i stopniowe zwiększanie dostępności sieci komputerowych i oczywiste w tym kontekście nowe zastosowania analizowanych modeli kolejkowych (początkowo klasycznych a potem ich uogólnień) w informatyce m. in. adekwatny opis realnych systemów informatycznych w oparciu o modele systemów kolejkowych czy pojawiające się nowe problemy związane z wyznaczaniem pamięci buforowych systemów informatycznych (m. in. serwerów). Teoria kolejek, po chwilowej stagnacji, znów zyskała na znaczeniu, a badacze zajmujący się tą tematyką zyskali nową przestrzeń dla przełomowych badań. Istotne w tym kontekście wydaje się również pojawienie się właśnie uogólnień biorących pod uwagę informatyczny charakter zagadnienia, czyli wprowadzenie dodatkowej charakterystyki opisującej przybywające zgłoszenia, mianowicie ich losowej objętości (ilości pamięci potrzebnej do przechowania informacji o zgłoszeniu). W ten sposób powstała właśnie teoria obsługi zgłoszeń o losowej objętości, która z uwagi na swój charakter i zastosowania musiała być włączona do dyscypliny naukowej informatyka, a dodatkowo wprowadzała istotnie nowe modele wymagające w procesie analizy nowych narzędzi matematycznych i zaawansowanych technik obliczeniowych. Z uwagi na charakter badań naukowych, mam też swój wpływ na tę dość istotną zmianę. Sytuacja w Polsce została całkowicie unormowana po zmianie nazwy dyscypliny na: informatyka techniczna i telekomunikacja oraz zmianie nazwy dziedziny na nauki inżyniersko - techniczne, które to zmiany sankcjonują istnienie interdyscyplinarnych badań łączących rozważania informatyki i jej technicznych aspektów oraz telekomunikacji (tu teoria kolejek jest najbardziej jaskrawym przykładem). Tym samym badania z zakresu teorii kolejek bezdyskusyjnie są dziś zaliczane do dyscypliny informatyka techniczna i telekomunikacja.

Po drugie, teoria systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości będąca uogólnieniem klasycznej teorii kolejek jest nadal zagadnieniem dość pionierskim. Pierwsze poważne

badania pojawiły się w latach osiemdziesiątych ubiegłego wieku. Zagadnieniem tym zajmuje się obecnie niewielu badaczy na całym świecie, ze zdecydowaną przewagą prac naukowców ze wschodu (Rosja, Białoruś), Polski (przede wszystkim prof. Oleg Tikhonenko; obecnie Uniwersytet SWPS w Warszawie; wcześniej m.in. UKSW w Warszawie, Politechnika Częstochowska czy Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie czy prof. Wojciech Kempa, Politechnika Śląska oraz moja osoba) oraz niewielką reprezentacją naukowców z krajów zachodnich np. prof. Michele Pagano (Uniwersytet w Pizie (Włochy)) czy pojedynczych naukowców z USA, Indii czy krajów arabskich.

Dodatkowo należy podkreślić, że większość uzyskiwanych przez badaczy spoza krajów wschodnich i Polski wyników to analizy modeli najprostszych pod względem matematycznym, w których zakłada się niezależność czasu obsługi oraz objętości zgłoszenia lub zakłada się zależność jedynie na poziomie rozkładów brzegowych, co ma ograniczone zastosowanie, ponieważ modele te nie mogą być w sposób sukcesywny zastosowane w praktyce, gdzie zależność czasu obsługi zgłoszeń od ich objętości jest oczywista (na przykład czas obsługi (transmisji) pakietu danych jest zwykle w przybliżeniu proporcjonalny do jego rozmiaru). Prowadzi to po pierwsze do błędów w oszacowaniu charakterystyk utrat informacji dla systemów z ograniczoną pamięcią buforową, a po drugie sugeruje nieprawdziwą niezależność charakterystyk objętości sumarycznej (nawet na poziomie wartości średniej w trybie stacjonarnym) od typu rozkładu łącznego czasu obsługi i objętości zgłoszenia, na co wielokrotnie w swoich pracach zwracał uwagę prof. Oleg Tikhonenko. (m. in. wprowadzone przez niego uogólnienie klasycznych wzorów Little'a) i co jest też ważnym aspektem moich publikacji z prezentowanego cyklu.

Wreszcie, nie dziwi zatem dość nieduża liczba cytowań prac o tej tematyce (wyłączając autocytowania), ponieważ jest to teoria rozwijająca się i będąca dopiero w fazie popularyzacji (przed badaczami zajmującymi się tą tematyką stoi dość poważne i trudne zadanie promocji uzyskanych wyników, szczególnie w krajach zachodnich, gdzie preferuje się ciągle klasyczne modele kolejkowe, zadanie które wymaga czasu i jeszcze większej liczby prac publikowanych w czasopiśmie o większym zasięgu), choć z drugiej strony liczba cytowań prac o wskazanej tematyce w ostatnich kilkunastu latach istotnie wzrasta i wydaje się, że rola oraz poziom prac dotyczących modelowania systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości będzie wzrastać również w kolejnych latach, ponieważ modele te będą potrzebne coraz częściej z uwagi na ciągły rozwój informatyki i nowe problemy pojawiające się w kontekście projektowania zaawansowanych sieci komputerowych oraz analizy ich działania.

B. Omówienie tła i metodologii badań naukowych

Na wstępie przedstawię najważniejsze założenia teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości oraz główne cele modelowania takich systemów, aby nakreślić tło własnych badań i lepiej wytłumaczyć omawiane w dalszej części osiągnięcia naukowe i ich wpływ na rozwój dyscypliny.

Teoria systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości jest uogólnieniem klasycznej teorii kolejek, jej początki można znaleźć w pracach z lat 70. oraz 80. ubiegłego wieku, w których to pracach próbowano zastosować klasyczne systemy kolejkowe do analizy zagadnień telekomunikacyjno - informatycznych, w których pojawia się potrzeba przypisania zgłoszeniom pewnego losowego rozmiaru (objętości pamięci potrzebnej do zapisania

informacji o zgłoszeniu) w przypadku, gdy zgłoszenia transportują pewne porcje informacji. Bardzo szybko okazało się, że nie zawsze klasyczne modele będą tu adekwatne i pojawiła się potrzeba wprowadzenia istotnych uogólnień zakładających m. in. możliwe ograniczenie objętości sumarycznej zgłoszeń obecnych w systemie czy biorących pod uwagę charakter zależności między czasem obsługi a objętością zgłoszenia.

Główne założenia nowej teorii obejmowały zatem m.in:

- założenie istnienia nowej cechy zgłoszenia tj. jego objętości (rozmiaru, długości), która w ogólnym przypadku jest nieujemną zmienną losową o dowolnej dystrybucji;
- założenie istotnej zależności między czasem obsługi o objętością zgłoszenia, zależność ta jest określona poprzez zdefiniowanie dystrybuanty łącznej wektora losowego zawierającego składowe objętości zgłoszenia i czasu obsługi, która może być dystrybucją dowolnego wektora losowego o obu składowych nieujemnych; zauważmy, że w takim przypadku niezależność czasu obsługi od objętości zgłoszenia jest najprostszym przypadkiem szczególnym zależności, w którym dystrybuanta łączna jest po prostu iloczynem rozkładów brzegowych analizowanego wektora losowego;
- rozważanie modeli systemów zarówno z ograniczoną objętością sumaryczną wszystkich zgłoszeń, jak i z nieograniczoną objętością sumaryczną. Modele takich systemów, niewystępujących w realnych warunkach, mają również duże znaczenie z jednej strony teoretyczne, z drugiej pomocnicze do wyznaczania przybliżeń (estymatorów) charakterystyk utrat informacji w systemach o podobnym kształcie lecz z ograniczoną objętością sumaryczną.

Z uwagi na te założenia, modele systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości dzieli się na cztery klasy, wymienione tu zgodnie ze wzrostem skomplikowania:

1. Modele z nieograniczoną objętością sumaryczną i czasem obsługi niezależnym od objętości zgłoszenia.

Modele należące do tej klasy nie wymagają w procesie analizy istotnych uogólnień klasycznych systemów kolejkowych, ponieważ, jak wykazano w wielu pracach, wówczas dystrybuanta stacjonarnej objętości sumarycznej (główna charakterystyka analizowana w tym przypadku) jest funkcją dystrybuanty objętości zgłoszenia oraz klasycznego stacjonarnego rozkładu liczby zgłoszeń obecnych w systemie. W takim systemie nie ma utrat zgłoszeń, a rozkład liczby zgłoszeń ma postać identyczną jak w klasycznym odpowiedniku systemu, stąd prace analizujące takie modele nie są istotne.

2. Modele z ograniczoną objętością sumaryczną i czasem obsługi niezależnym od objętości zgłoszenia.

W modelach należących do tej klasy należy wziąć pod uwagę ograniczenie objętości sumarycznej. Pojawia się nieco odmienny charakter powstawania utrat zgłoszeń niż w sytuacji klasycznych systemów kolejkowych; zgłoszenie jest utracone również wtedy (niezależnie od obecności wolnych serwerów lub miejsc oczekiwania), gdy w momencie jego przybycia sumaryczna objętość tego zgłoszenia i innych zgłoszeń obecnych w systemie przekracza objętość buforowej pamięci systemu. W tym przypadku najważniejsze charakterystyki obejmują wzór na liczbę zgłoszeń obecnych w systemie (w trybie

stacjonarnym) oraz wzór na prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia. (na utratę ma wpływ nie tylko ograniczenie liczby serwerów i miejsc oczekiwania, ale także rozmiar pamięci buforowej systemu). Jednak uogólnienie w tym przypadku zwykle nie jest skomplikowane w sensie teoretycznym (z uwagi na niezależność czasu obsługi i objętości zgłoszenia) i prowadzi jedynie do zastąpienia w klasycznych wzorach odpowiednich formuł nowymi zawierającymi czynnik w postaci splotu według Stieltjesa określonej liczby dystrybuant objętości zgłoszenia, jednak powoduje duże problemy obliczeniowe z uwagi na trudność wyznaczania takich splotów. Tutaj istotne stają się również nieelementarne techniki wyznaczania splotów dla danych rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych losowych. Prace analizujące tego rodzaju modele pojawiają się dość często, ponieważ modele te są stosunkowo łatwe w analizie, a poza tym w pewnym ograniczonym zakresie można stosować je w praktyce (w przypadku systemów, w których czas obsługi i objętość zgłoszenia można w przybliżeniu uznać za niezależne).

3. Modele z nieograniczoną objętością sumaryczną i czasem obsługi zależnym od objętości zgłoszenia.

Modele należące do tej klasy wymagają już istotnych uogólnień systemów klasycznych i wprowadzenia bogatszego aparatu matematycznego. Po pierwsze, należy tu wziąć pod uwagę zależność czasu obsługi od objętości zgłoszenia, zatem zamiast zakładania znajomości dystrybuant czasu obsługi zgłoszenia oraz objętości zgłoszenia jako podstawowych charakterystyk, od których zależą pozostałe charakterystyki działania systemu (między innymi rozkład liczby zgłoszeń czy rozkład objętości sumarycznej zgłoszeń) należy zakładać znajomość dwuwymiarowej dystrybuanty łącznej wektora losowego, którego składowe zawierają czas obsługi i objętość zgłoszenia jednocześnie, co daje szansę na uwzględnienie zależności pomiędzy tymi zmiennymi losowymi w wynikach końcowych. Dodatkowo, finalne wyniki uzyskiwane są zwykle nie w postaci jawnej, ale w postaci przekształceń całkowitych, głównie przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa, które jest funkcją dwuwymiarowego przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa dystrybuanty łącznej czasu obsługi i objętości zgłoszenia. Uzyskanie dystrybuanty objętości sumarycznej w warunkach stacjonarnych w postaci jawnej jest możliwe bardzo rzadko (tylko dla niektórych rozkładów, wykorzystujemy wtedy odwrócenie, spokrewnionego z przekształceniem Laplace'a - Stieltjesa, przekształcenia Laplace'a objętości sumarycznej. Natomiast na bazie własności przekształceń Laplace'a - Stieltjesa dążymy do uzyskania pewnych istotnych charakterystyk liczbowych objętości sumarycznej m. in. wartości pierwszych dwóch momentów, ponieważ jak się okazuje charakterystyki te mogą mieć zastosowanie do uzyskiwania oszacowań charakterystyk utrat informacji dla systemów o podobnych kształcie, lecz posiadających ograniczoną pamięć buforową (ograniczoną objętość sumaryczną zgłoszeń), zatem pośrednio można wówczas uzyskiwać przybliżone charakterystyki dla modeli należących do najtrudniejszej, czwartej klasy. Jednak proces obliczania momentów nie jest trywialny, wymaga obliczania skomplikowanych pochodnych funkcji wymiernych zawierających nieoznaczoności, do których często wielokrotnie trzeba zastosować regułę de l' Hospitala, co jest procesem żmudnym, wymagającym sprytnych technik obliczeniowych oraz, w wielu przypadkach, zastosowania pakietów algebry komputerowej z uwagi na ogromną złożoność obliczeń i często niemożliwość wykonania ich „ręcznie”. Zatem analiza modeli należących do tej klasy jest istotna z matematycznego punktu widzenia, zmusza do poszukiwania rozwiązań

trudnych obliczeniowych problemów oraz ma praktyczne zastosowanie w modelowaniu realnych systemów informatycznych, gdzie objętość sumaryczna zgłoszeń jest zwykle ograniczona, a jednym z podstawowych zadań jest szacowanie charakterystyk utrat informacji jako funkcji zależnych od rozmiaru pamięci buforowej. Jako, że charakterystyki utrat informacji są ściśle malejącymi funkcjami zmiennej oznaczającej objętość pamięci buforowej, proces ten można odwrócić, czyli obliczać niezbędną wielkość rozmiaru pamięci buforowej systemu tak, aby założone z góry dopuszczalne charakterystyki utrat informacji nie były przekroczone.

4. Modele z nieograniczoną objętością sumaryczną i czasem obsługi zależnym od objętości zgłoszenia.

Modele należące do tej klasy są zdecydowanie najbardziej skomplikowane. Ich dokładna analiza oraz uzyskiwanie efektywnych rezultatów naukowych są możliwe bardzo rzadko z uwagi na ogromne ograniczenia. Tu bierzemy pod uwagę jednocześnie zależność czasu obsługi od objętości zgłoszenia oraz ograniczenie objętości sumarycznej, które prowadzi do dodatkowych utrat zgłoszeń (podobnie jak w modelach drugiej klasy). Celem analizy jest w tym przypadku uzyskanie (najlepiej w postaci jawnej) wzoru na rozkład liczby zgłoszeń w warunkach stacjonarnych oraz formuł pozwalających na dokładne wyznaczanie charakterystyk utrat informacji (między innymi prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia). Do tej pory istotne wyniki naukowe zostały uzyskane dla systemów w zasadzie nie posiadających kolejki - uogólnienia systemu Erlanga oraz jednoliniowego systemu ze sprawiedliwym podziałem procesora (w którym wszystkie zgłoszenia obsługiwane są jednocześnie) z ograniczoną objętością sumaryczną.

Chciałbym też dodatkowo podkreślić, że analizowane przeze mnie w cyklu przytoczonych publikacji modele należały głównie do klasy drugiej oraz trzeciej, jednak udało mi się także uzyskać wyniki dla dość skomplikowanego modelu należącego do klasy czwartej.

Podsumowując, głównymi celami analizy systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości są:

- wyznaczanie stacjonarnego rozkładu liczby zgłoszeń oraz charakterystyk utrat informacji (szczególnie dla modeli, w których objętość sumaryczna jest ograniczona);
- wyznaczanie charakterystyk objętości sumarycznej zgłoszeń (szczególnie dla modeli, w których objętość sumaryczna jest nieograniczona) oraz zastosowanie tych charakterystyk do szacowania charakterystyk utrat informacji dla systemów o podobnym kształcie, lecz z ograniczoną objętością sumaryczną;
- badanie wpływu typu zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia na charakterystyki objętości sumarycznej oraz inne istotne charakterystyki działania systemów ze zgłoszeniami o losowej objętości;
- badanie zależności charakterystyk utrat informacji lub ich przybliżeń od rozmiaru pamięci buforowej systemu w celu wyznaczania potrzebnego rozmiaru pamięci buforowej (na etapie projektowania lub podczas procesu zwiększania wydajności lub bezawaryjności realnych systemów informatycznych).

Należy jeszcze podkreślić trzy bardzo istotne fakty:

1. Prawie we wszystkich analizowanych modelach zakłada się, że serwery są identyczne, to znaczy mają jednakowe charakterystyki dotyczące czasu obsługi zgłoszeń. Prace, w których odstępuje się od tego założenia w ramach teorii obsługi zgłoszeń o losowej objętości nie pojawiały się do tej pory zbyt często, co może dziwić, ponieważ w realnych systemach informatycznych bardzo rzadko serwery mogą być uznawane za identyczne w tym kontekście. Być może powodem jest znaczne skomplikowanie techniczne analizy takich modeli, w klasycznych systemach kolejkowych ten problem również się pojawia - prac zakładających nieidentyczność serwerów jest znacznie mniej.
2. Objętość sumaryczna jest rozumiana jednowymiarowo - jest zmienną losową nieujemną. Warto jednak rozważać modele, w którym objętość sumaryczna jest wektorem, często w realnych systemach informatycznych informacje zapisywane są w częściach w pewnych wyspecjalizowanych sektorach pamięci przechowujących dane określonego typu (na przykład pliki o danym rozszerzeniu, nagłówki pakietów danych, dźwięk, obraz itp.).
3. Analiza matematyczna analizowanych modeli jest często bardzo skomplikowana pod względem obliczeń symbolicznych. Pojawia się realna potrzeba zastosowania w tym przypadku zaawansowanych algorytmów obliczeniowych i użycia bardzo wydajnych pakietów obliczeniowych w celu uzyskiwania wyników, które bez ich użycia są niemożliwe do uzyskania.

W pracach, których jestem autorem lub wiodącym współautorem, podejmuję się rozwiązywanie wybranych zagadnień, które nie były do tej pory analizowane, w tym właśnie modelowania systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z nieidentycznymi serwerami, modelowania systemów z sektoryzacją pamięci buforowej oraz proponuję również pewne nowe obliczeniowe algorytmy, które mogą być ogromnym ułatwieniem skomplikowanych obliczeń symbolicznych wykonywanych przez badaczy zajmujących się analizą systemów kolejkowych (również w klasycznym ujęciu teorii). Te działania są bazą uzyskanych przeze mnie osiągnięć naukowych, które zostaną szerzej omówione pod koniec tego punktu.

C. Merytoryczne omówienie prac zawartych w monotematycznym cyklu publikacji wraz z określeniem wkładu osobistego habilitanta w przypadku prac wieloautorskich

Praca [1]

Marcin Ziółkowski – „M/G/n/0 Erlang queueing system with heterogeneous servers and non-homogeneous customers”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences*, vol. 66, no. 1 (2018) (str 59-66), DOI: 10.24425/119059 (część A ministerialnego wykazu czasopism punktowanych, 25 pkt).

Jest to pierwszy napisany całkowicie samodzielnie artykuł opublikowany w czasopiśmie o szerszym zasięgu i poważnej renomie. W pracy zająłem się problemem modelowania systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości (tu używam jeszcze przestarzałej obecnie nazwy „zgłoszeń niejednorodnych”), w którym zgłoszenia przybywają do systemu w

losowych odstępach czasu mających rozkład wykładniczy z tym samym parametrem (strumień wejściowy Poissona), dystrybuanta łączna czasu obsługi i objętości zgłoszenia ma rozkład dowolny, ale nie musi być jednakowa dla każdego serwera (stąd serwery nie są identyczne). Analizowany system nie zawiera kolejki, posiada skończoną liczbę serwerów i jego model należy do klasy trzeciej, tj. zakładamy dodatkowo, że objętość sumaryczna jest w tym przypadku nieograniczona. Głównym celem analizy jest uzyskanie charakterystyk stacjonarnych objętości sumarycznej zgłoszeń, w tym wzoru na przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa objętości sumarycznej oraz wartości pierwszych dwóch momentów tej zmiennej losowej. Analizowany model może być rozumiany jako istotne uogólnienie modelu klasycznego systemu kolejkowego $M/G/n/0$ (model Erlanga), w którym zakładamy dodatkowo nieidentyczność serwerów oraz losową objętość przybywających zgłoszeń, a także zależność czasu obsługi od objętości zgłoszenia, która może mieć różny charakter dla każdego serwera.

Zawartość merytoryczna pracy jest następująca. We wstępie dokonano krótkiego przeglądu literatury, w szczególności rzadkich prac, w których analizowano klasyczne modele kolejkowe z nieidentycznymi serwerami. W drugim punkcie pracy przeprowadzono analizę klasycznego systemu kolejkowego typu $M/G/n/0$ z nieidentycznymi serwerami, wykorzystując metodę zmiennej dodatkowej, przy dodatkowym założeniu istnienia gęstości czasu obsługi (założenie to nie ogranicza rozważań, ale upraszcza ich prowadzenie m.in. łatwiejsze wypisywanie równań różniczkowych opisujących działanie systemu z wykorzystaniem funkcji intensywności obsługi, poza tym, jeżeli rozumieć funkcję gęstości w sensie szerszym (wykorzystując dystrybucję Diraca), takie założenie jest tym bardziej uzasadnione i w żaden sposób nie wpływa na uzyskiwane wyniki). Głównym osiągnięciem tego punktu jest wypisanie układu równań różniczkowych opisujących działanie systemu w warunkach stacjonarnych oraz uzyskanie ogólnego wyniku - wzoru na stacjonarny rozkład liczby zgłoszeń w systemie. Rozważania są prowadzone początkowo dla systemu składającego się z dwóch serwerów, a następnie są uogólnione na system zawierający dowolną ich ilość. Najważniejsze wyniki są zawarte we wzorach (47) - (53). Dodatkowo zaproponowano możliwe wykorzystanie otrzymanych wzorów do wyznaczania charakterystyk zużycia poszczególnych serwerów. Oprócz tego, zaprezentowano obliczenia numeryczne dla wersji systemu z trzema serwerami i ustalonymi charakterystykami strumienia wejściowego i parametrami czasu obsługi, a także porównano je z wynikami symulacji komputerowych przeprowadzonych z użyciem samodzielnie stworzonych programów symulacyjnych (symulacje dla trzech typów rozkładów czasu obsługi - wykładniczego, jednostajnego i jednopunktowego). Wyniki symulacji potwierdziły teoretyczny fakt - niezależności stacjonarnego rozkładu liczby zgłoszeń od typu rozkładów czasu obsługi na każdym serwerze i zależność jedynie od wartości pierwszych momentów tych rozkładów. Co dość istotne, wzór (47) jest bardzo ważnym wynikiem, który jest potrzebny do wyznaczenia charakterystyk objętości sumarycznej dla modelu będącego uogólnieniem klasycznego modelu typu $M/G/n/0$ z nieidentycznymi serwerami, zakładającego losową objętość zgłoszeń i zależność czasu obsługi od objętości zgłoszenia, którego analiza, przedstawiona w kolejnym punkcie artykułu, jest głównym jego celem.

Główne wyniki pracy są przedstawione w kolejnym, trzecim punkcie. Zaprezentowano tu szczegółową analizę uogólnienia modelu klasycznego omawianego w poprzednim punkcie. Uogólnienie polega na wprowadzeniu następujących, dodatkowych założeń:

- przybywające zgłoszenia posiadają pewną losową objętość;
- czas obsługi jest zależny od objętości zgłoszenia, zależność ta jest opisana przez dwuwymiarową dystrybuantę łączną czasu obsługi i objętości zgłoszenia, której postać może być różna dla każdego serwera;
- objętość sumaryczna zgłoszeń jest nieograniczona.

Podstawowym celem rozważań jest wyznaczenie charakterystyk objętości sumarycznej zgłoszeń w warunkach stacjonarnych. Do ich otrzymania wykorzystano uogólnione twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym (w wersji całkowitej), po uprzednim wprowadzeniu warunkowej dystrybuanty objętości sumarycznej zgłoszeń, pod warunkiem, że w systemie jest określona liczba zgłoszeń, ustalony jest zbiór zajętych serwerów oraz znane są odcinki czasowe od początku obsługi poszczególnych zgłoszeń. Do otrzymania wyniku wykorzystano znany z teorii obsługi zgłoszeń o losowej objętości lemat wyrażony poprzez wzór (57), a także dokonano przekształcenia Laplace'a Stieltjesa obu stron równania (55), wynikającego z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym. Najbardziej istotnym wynikiem jest wzór (64), wyrażający przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa objętości sumarycznej zgłoszeń w warunkach stacjonarnych dla analizowanego modelu, z którego można wyznaczyć również wartości pierwszych dwóch momentów stacjonarnej objętości sumarycznej - wzory (66) - (67). Przy wyznaczeniu tych formuł wykorzystano własności pochodnej pierwszego i drugiego rzędu iloczynu dowolnej ilości funkcji jednej zmiennej. Wreszcie zaproponowano również praktyczne wykorzystanie uzyskanych charakterystyk, dokładnie możliwość szacowania potrzebnego rozmiaru pamięci dla systemów o podobnym kształcie, lecz z ograniczoną objętością sumaryczną, na przykład poprzez wykorzystanie wartości pierwszego momentu oraz wartości odchylenia standardowego objętości sumarycznej.

Dalsza część pracy to przede wszystkim analiza pewnych przypadków szczególnych - tu przeanalizowano dwie główne sytuacje:

- 1) gdy czas obsługi i objętość zgłoszenia są niezależne dla każdego serwera, przy czym charakterystyki czasu obsługi są dla każdego serwera różne;
- 2) gdy czas obsługi jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia ze współczynnikiem proporcjonalności, który może być różny dla każdego serwera.

Dla analizowanych przypadków szczególnych wyprowadzono wzory na charakterystyki objętości sumarycznej (przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa oraz wartości pierwszych dwóch momentów) - wzory (72) - (74) oraz (79) - (81) oraz podano również wyniki dla przypadku, gdy objętość zgłoszenia ma rozkład wykładniczy z ustalonym parametrem - tu uzyskano nawet wzory na postać jawną dystrybuanty objętości sumarycznej (z wykorzystaniem odwrócenia przekształcenia Laplace'a) - wzory (75) - (76) oraz (82) - (83). Dość interesujące jest też zaproponowane porównanie dwóch systemów nierozróżnialnych w sensie klasycznym (jednakowe parametry strumienia wejściowego, jednakowy rozkład dystrybuanty czasu obsługi na każdym serwerze), które istotnie różnią się w zakresie charakterystyk objętości sumarycznej, co pokazuje wpływ charakteru zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia na charakterystyki objętości sumarycznej - tu porównano właśnie system, w którym czas obsługi i objętość zgłoszenia są niezależne na każdym serwerze z systemem, w którym

zmienne te są proporcjonalne. Zaprezentowane wyniki teoretyczne zostały też zestawione z wynikami symulacji, która potwierdziła wspomnianą zależność (tabela 2).

Wartość merytoryczna pracy jest bardzo wysoka, a charakter prowadzonych rozważań nowatorski - wyniki uzyskane w dwóch głównych punktach pracy, a szczególnie w punkcie trzecim są nowe, a badane uogólnienia oraz przypadki szczególne modeli mają bardzo praktyczny charakter - szczególnie modele z czasem obsługi proporcjonalnym do objętości zgłoszenia, w których współczynniki proporcjonalności są różne dla każdego serwera (w realnych systemach informatycznych serwery, czyli urządzenia przetwarzające dane z reguły nie są identyczne, a współczynniki proporcjonalności mogą być skorelowane na przykład z prędkością przesyłu pakietów danych w sieciach komputerowych i są fabryczną cechą danego urządzenia). Metody matematyczne wykorzystane w pracy to metody dość zaawansowane m. in. wykorzystanie bardzo ogólnego przekształcenia całkowego Laplace'a - Stieltjesa, użycie równań różniczkowych czy pojęć kombinatorycznych (przy nieidentycznych serwerach wzory są skomplikowane z uwagi na rozpatrywanie wszystkich możliwych podzbiorów zajętych serwerów). Rozważania takie są dużo bardziej skomplikowane niż w przypadku systemów, w których serwery mają identyczne charakterystyki. Wyniki uzyskane w tym artykule wnoszą istotny wkład do teorii obsługi zgłoszeń o losowej objętości w zakresie analizy systemów o nieidentycznych serwerach.

Praca [2]

Oleg Tikhonenko, Marcin Ziółkowski – „Single-server queueing system with external and internal customers”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences*, vol. 66, no. 4 (2018) (str 539-551), DOI:10.24425/124270 (część A ministerialnego wykazu czasopism punktowanych, 25 pkt).

Kolejna omawiana praca przedstawia bardzo ważne wybrane wyniki uzyskane przeze mnie podczas pracy nad rozprawą doktorską, które do tego momentu (rok 2018) nie zostały wcześniej opublikowane. Pomysłodawcą modelu analizowanego w tym artykule jest pierwszy autor, promotor mojej pracy doktorskiej, z którym aktywnie współpracuję od wielu lat. Prof. dr hab. Oleg Tikhonenko zaproponował jednoliniowy model systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości, w którym zgłoszenia są podzielone na dwie klasy różniące się priorytetem obsługi - tu nazywane zgłoszeniami wewnętrznymi i zewnętrznymi. Zgłoszenia wewnętrzne jako ważniejsze mają wyższy priorytet obsługi a ich przybycie może nawet przerwać obsługę zgłoszenia zewnętrznego, które musi czekać na zakończenie obsługi ważniejszego zgłoszenia, ciągle jednak zajmując pamięć (jego objętość jest ciągle składową objętości sumarycznej wszystkich zgłoszeń, zarówno wewnętrznych, jak i zewnętrznych obecnych w systemie). Ten model ma bardzo praktyczny charakter - w dość podobny sposób zachowują się procesy uruchamiane w pamięci operacyjnej RAM jednoprocessorowego komputera - część z nim to procesy systemu operacyjnego (o wyższym priorytecie), a część to procesy uruchamiane przez użytkownika. Pierwszy autor, oprócz zaproponowania modelu wyprowadził równania opisujące jego działanie oraz uzyskał wzory na przekształcenia całkowite objętości sumarycznej wszystkich zgłoszeń dla dwóch analizowanych schematów działania analizowanego modelu (zarówno w warunkach stacjonarnych jak i niestacjonarnych). Jednak uzyskane wyniki, choć dość istotne z teoretycznego punktu widzenia, nie mogły mieć realnych zastosowań bez dodatkowego obliczenia pewnych charakterystyk liczbowych (w szczególności dwóch pierwszych momentów stacjonarnej

objętości sumarycznej) oraz analizy istotnych praktycznie przypadków szczególnych.

Mój wkład w powstanie poniższej pracy to przede wszystkim uzyskanie wzorów ogólnych na dwa pierwsze momenty objętości sumarycznej wszystkich zgłoszeń w warunkach stacjonarnych. Otrzymanie tych wzorów było zadaniem bardzo skomplikowanym pod względem obliczeniowym z uwagi na fakt ogromnej złożoności formuł wyrażających przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa stacjonarnej objętości sumarycznej. Istotnie, wzory (25) oraz (32) są skomplikowanymi funkcjami wymiernymi, w których występują złożenia funkcji dwóch zmiennych, a dodatkowo obliczanie pochodnej (szczególnie drugiego rzędu) funkcji wyrażającej przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa objętości sumarycznej w punkcie $s = 0$ (konieczne do uzyskania wartości pierwszych dwóch momentów objętości sumarycznej) prowadzi do symboli nieoznaczonych, wymagających wielokrotnego zastosowania reguły de l'Hospitala. Kolejne etapy obliczeń dają coraz bardziej złożone funkcje wymierne i wykonanie obliczeń staje się praktycznie niemożliwe. Jednak mój pomysł na rozwiązanie tego problemu polegał na wykorzystanie zaawansowanych pakietów obliczeniowych, z użyciem których możliwe jest prowadzenie obliczeń symbolicznych (m.in. *Mathematica*), podzielenie obliczeń na fragmenty, pozbycie się nieoznaczoności i wykonanie serii podstawień (algorytmy te są dokładnie opisane w późniejszej pracy [10], którą przedstawię w dalszej części autoreferatu). W ten sposób uzyskane zostały kluczowe wzory (26, 27) oraz (32, 33). Już sama postać wzorów sugeruje poważny aspekt obliczeniowy ich uzyskania. Co jednak ważniejsze, uzyskanie wskazanych wzorów umożliwia szacowanie charakterystyk utrat informacji w systemach podobnego kształtu, lecz z ograniczoną objętością sumaryczną, co zostało zbadane w dalszej części pracy i również jest moim samodzielnym wkładem naukowym w omawianą publikację. W kolejnych punktach pracy przeanalizowano dla dwóch badanych schematów dwa praktyczne przypadki szczególne:

- 1) Objętość zgłoszeń (zarówno wewnętrznych jak i zewnętrznych) ma rozkład wykładniczy z jednakowym parametrem, a czas obsługi nie zależy od objętości zgłoszenia i ma również rozkład wykładniczy;
- 2) Objętość zgłoszeń obu typów ma rozkład wykładniczy z tym samym parametrem, a czas ich obsługi jest proporcjonalny do ich objętości (ten sam współczynnik proporcjonalności).

Dla obu sytuacji obliczono pierwsze dwa momenty objętości sumarycznej wszystkich zgłoszeń obecnych w systemie - wzory (34) - (41) oraz przeprowadzono analizę porównawczą charakterystyk utrat informacji (prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia oraz prawdopodobieństwo utraty jednostki informacji) uzyskanych na bazie modeli symulacyjnych (tu również jestem jedynym autorem programów symulacyjnych) oraz ich oszacowań opartych na aproksymacji funkcją gamma (właśnie ta aproksymacja byłaby niemożliwa bez obliczenia pierwszych dwóch momentów objętości sumarycznej dla systemu z nieograniczoną objętością sumaryczną). Jakkolwiek przeprowadzone analizy są tylko pewnym przypadkiem szczególnym, to jednak szczególnie druga sytuacja odpowiada realnym systemom informatycznym (w takich systemach dość często czas obsługi zgłoszenia jest proporcjonalny do jego objętości (rozmiaru)), natomiast z drugiej strony część pracy przedstawiająca obliczenia w przypadkach szczególnych jest jakby drogowskazem, w jaki sposób można to robić dla innych typów rozkładów czasu obsługi i objętości zgłoszeń oraz różnego charakteru zależności pomiędzy tymi zmiennymi losowymi. Ponieważ

charakterystyki utrat informacji są funkcjami ściśle monotonicznymi, zatem na podstawie ich numerycznego odwrócenia można dobierać rozmiar pamięci buforowej w taki sposób, aby założone charakterystyki utrat nie były przekroczone - to również bardzo istotny aspekt dotyczący analizy oraz projektowania realnych systemów informatycznych - tu dobrą ilustracją są wykresy zaprezentowane przy okazji przedstawienia charakterystyk utrat informacji i ich oszacowań. Co ważne, dla modeli z ograniczoną objętością sumaryczną często niemożliwe jest uzyskanie wzorów jawnych na charakterystyki utrat, więc tutaj takie oszacowania są jedyną drogą na analizę systemu informatycznego pod tym kątem.

Oprócz tego byłem twórcą i korektorem (także w aspekcie językowym) całego manuskryptu, opracowałem przegląd literatury i wstęp metodologiczny opisujący metody matematyczne użyte w trakcie pracy nad modelem oraz sformułowałem wnioski końcowe (dotyczące między innymi wpływu obciążenia systemu na różnice między faktycznymi wartościami charakterystyk utrat a ich oszacowaniami). Jestem także autorem wszystkich wyników numerycznych zawartych w tabelach oraz przedstawionych w postaci wykresów.

Wartość omawianej pracy jest również bardzo wysoka w kontekście zarówno merytorycznym, jak i praktycznym. Mój wkład w jej powstanie jest istotny, a zagadnienia którymi się zajmowałem pokazują dogłębną znajomość zagadnienia, samodzielność w uzyskiwaniu nowych wyników oraz umiejętność samodzielnego zastosowania zaawansowanych algorytmów obliczeniowych opartych o obliczenia symboliczne. Sam model analizowany w pracy jest z jednej strony bardzo praktyczny (może być traktowany jako model działania pamięci RAM jednoprosesorowego komputera), a uzyskane nowe wyniki stanowią istotny wkład w rozwój teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości.

Praca[3]

Oleg Tikhonenko, Marcin Ziółkowski, Mirosław Kurkowski – „ $M/G/n/(0,V)$ Erlang queueing system with non-homogeneous customers, non-identical servers and limited memory space”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences*, vol. 67, no. 3 (2019) (str 489-500), DOI: 10.24425/bpasts.2019.129648 (ministerialny wykaz czasopism punktowanych, 100 pkt).

Omawiany w tym punkcie artykuł uważam za jeden z najważniejszych artykułów, nad którymi pracowałem podczas całej swojej dotychczasowej kariery naukowej. Jest to dość skomplikowane uogólnienie modelu Erlanga klasycznego systemu typu $M/G/n/0$, w którym objętość sumaryczna jest ograniczona, czas obsługi jest zależny od objętości zgłoszenia, a dodatkowo mamy do czynienia z nieidentycznymi serwerami, co oznacza, że charakterystyki czasu obsługi zgłoszeń mogą być różne dla każdego serwera (dokładniej dla każdego serwera jest określona inna postać dystrybucji łącznej czasu obsługi i objętości zgłoszenia). Sam pomysł analizy takiego modelu pojawił się podczas dyskusji prowadzonej na seminarium naukowym z teorii obsługi masowej (prowadzonym początkowo na Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie, a potem na Politechnice Częstochowskiej). Do jego powstania przyczyniły się rozmowy z prof. dr. hab. Olegiem Tikhonenko oraz ś.p. dr. hab. Mirosławem Kurkowskim, prof. UKSW. Sam model jest modelem należącym do klasy modeli najtrudniejszych (wspominana we wstępie czwarta klasa systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości).

Mój udział w tej pracy ma charakter kluczowy. Generalnie rzecz ujmując, prof. Oleg Tikhonenko nie zajmował się nigdy wcześniej systemami z nieidentycznymi serwerami, a prof. Mirosław Kurkowski nie był specjalistą z zakresu teorii kolejek, jednak ich trafne spostrzeżenia i pytania spowodowały, że zająłem się tym problemem, szczególnie, że miałem już pewne doświadczenie w analizowaniu systemów z nieidentycznymi serwerami (na przykład omawiana praca [1]).

Głównym celem pracy było uzyskanie w postaci jawnej wzoru na rozkład liczby zgłoszeń oraz wzoru na prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia (w systemie tym występują dodatkowe utraty zgłoszeń spowodowane ograniczeniem objętości sumarycznej). Analiza była oparta o układ równań różniczkowych opisujących zachowanie się systemu - najważniejsze są tu równania (38) - (42) opisujące zachowanie się analizowanego systemu dla dowolnej liczby nieidentycznych serwerów. Układ ten został rozwiązany przy założeniu istnienia trybu stacjonarnego i uzyskane zostały kluczowe wyniki - wzory na rozkład liczby zgłoszeń - wzory (49) - (51) oraz prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia - wzór (57). Dodatkowo już na etapie analizy modelu przedstawiono sposób obliczania charakterystyk zużycia poszczególnych serwerów - wzór (52). Wszystkie omawiane główne wyniki są mojego autorstwa.

Dalsza część pracy to przeprowadzona również przeze mnie analiza pewnych przypadków szczególnych modelu, tu rozważano modele składające się z dwóch lub trzech serwerów z wybranymi założonymi rozkładami prawdopodobieństwa objętości zgłoszenia i czasu obsługi - przeanalizowano sytuację, gdy zmienne te są niezależne oraz gdy czas obsługi jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia, lecz współczynniki proporcjonalności są różne dla każdego serwera (to założenie bardzo praktyczne - współczynnik proporcjonalności może tu wyrażać np. prędkość procesora, która może być różna dla różnych urządzeń). Otrzymane wyniki porównano również z wynikami uzyskanymi na podstawie modeli symulacyjnych (autorstwo programu symulacyjnego dla nieidentycznych serwerów przy ograniczonej objętości sumarycznej i losowym wyborze serwera uważam również za pewien swój sukces i planuję w przyszłości opublikowanie wykorzystanego algorytmu).

Bardzo interesującym fragmentem pracy na etapie prezentacji analizy przypadków szczególnych jest pokazanie silnej zależności rozkładu liczby zgłoszeń oraz wartości prawdopodobieństwa utraty zgłoszenia od charakteru zależności między czasem obsługi a objętością zgłoszenia. W pracy ponownie pokazano, że nawet, gdy dwa systemy są nierozróżnialne w sensie klasycznym (ten sam parametr strumienia wejściowego, identyczne dystrybuanty czasu obsługi na każdym serwerze, jednakowa liczba urządzeń), to rozkłady liczby zgłoszeń oraz wartości prawdopodobieństwa utraty istotnie się od siebie różnią - różnice we wzorach (70) oraz (88), a także (71) oraz (89) potwierdzone również wynikami obliczeń numerycznych zawartych w przedstawionych tabelach oraz wynikami symulacji. Dodatkowo, przeanalizowano też zachowanie się prawdopodobieństwa utraty zgłoszenia przy zwiększającej się wartości rozmiaru pamięci buforowej systemu i różnych obciążeniach systemu (w tym różnice między wynikami uzyskanymi w trakcie matematycznej analizy modelu oraz wynikami symulacji).

Praca ma bardzo wysoki poziom merytoryczny i pokazuje już dużą biegłość w stosowaniu metod matematycznych do analizowania nawet najtrudniejszych modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości. Uzyskane wyniki są bardzo ważne i stanowią istotny i samodzielny wkład w teorię systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, szczególnie że bardzo rzadkie są próby analizowania modeli należących do klasy czwartej

(które są najbardziej praktyczne, ale najbardziej skomplikowane pod względem obliczeniowym) dodatkowo zakładających nieidentyczność serwerów.

Poza stroną merytoryczną, przygotowywałem wszystkie wersje manuskryptu, opis metodologii badań i wykorzystanego aparatu matematycznego, przeprowadziłem analizę literatury stanowiącej tło dla prowadzonych rozważań oraz dokonywałem korekt językowych. Pozostali współautorzy, poza ideą analizy wspomnianego modelu dokonali sprawdzenia poprawności modelu, wypisanych równań różniczkowych a także otrzymanych rezultatów końcowych, mieli też udział w powstanie rozdziału wstępnego i rozdziału podsumowującego, w którym są przedstawione wnioski z prowadzonych rozważań.

Praca [4]

Oleg Tikhonenko, Marcin Ziółkowski – „Performance evaluation of unreliable system with infinite number of servers”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences*, vol. 68, no. 2 (2020) (str 289-297), DOI: 10.24425/bpasts.2020.133107 (ministerialny wykaz czasopism punktowanych, 100 pkt).

W omawianej pracy po raz pierwszy pojawia się zagadnienie modelowania systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z zawodnymi serwerami (w innych publikacjach dotyczących klasycznych systemów kolejkowych nazywanych „systemami z wakacjami”). Są to modele, w których zakłada się, że serwery mogą przerwać swoją pracę na pewien losowy czas, podczas którego trwa ich naprawa, konserwacja lub po prostu są wyłączone z obsługi z innych powodów, na przykład konieczności oszczędzania energii. Jednak obsługiwane zgłoszenia czekają na zakończenie naprawy, po której system wraca do trybu normalnej pracy.

W przypadku systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości zakładamy dodatkowo, że zgłoszenia transportują informację, która jest zapisywana w pamięci buforowej systemu. Głównymi celami są między innymi: wyznaczenie charakterystyk objętości sumarycznej zgłoszeń dla tego systemu oraz charakterystyk czasu oczekiwania (lub przebywania).

Głównym pomysłodawcą analizy modelu omawianego w artykule jest prof. dr hab. Oleg Tikhonenko. On stoi za opracowaniem głównych założeń modelu oraz wyprowadzeniem równań opisujących jego działanie. Analizowany model posiada nieskończoną liczbę serwerów, które pracują jednocześnie, zgłoszenia przybywające do systemu posiadają pewną losową objętość, w systemie nie ma kolejki (nie jest w tym przypadku potrzebna), a czas obsługi zgłoszeń jest proporcjonalny do ich objętości. Czas do rozpoczęcia naprawy serwerów (wszystkie przerywają pracę jednocześnie) ma rozkład wykładniczy, a potem naprawa trwa pewną losową długość czasu określoną przez dowolną dystrybucję zmiennej losowej nieujemnej. Po zakończeniu naprawy (przerwy) serwery dokończają obsługę zgłoszeń i znów od tego czasu liczony jest kolejny okres, w trakcie którego może nastąpić kolejna przerwa w pracy serwerów (okres ma znów rozkład wykładniczy z tym samym parametrem co poprzednio). Co ważne, nawet w trakcie przerwy w pracy serwerów zgłoszenia nadal przebywają w systemie (zajmują pamięć oraz zwiększa się ich czas przebywania). Głównym celem pracy jest w tym przypadku wyznaczenie charakterystyk czasu przebywania oraz charakterystyk objętości sumarycznej, która jest w tym przypadku nieograniczona. Jako główne wyniki otrzymane w tym przypadku przez prof. Olegę Tikhonenko można wskazać wzory (4) oraz (7) wyrażające przekształcenia Laplace’a - Stieltjesa stacjonarnego czasu przebywania zgłoszenia oraz jego objętości sumarycznej. Główny autor wyprowadził też

wzory na dwa pierwsze momenty stacjonarnego czasu przebywania oraz stacjonarnej objętości sumarycznej - wzory (5, 6) oraz (8, 9).

Mój wkład do opublikowanego artykułu polega przede wszystkim na dogłębnej analizie przypadków szczególnych oraz pokazaniu możliwego zastosowania otrzymanych wyników do szacowania charakterystyk utrat informacji dla systemów o takim samym kształcie, lecz z ograniczoną objętością sumaryczną, a także przedstawienie analizy porównawczej otrzymanych oszacowań charakterystyk utrat informacji w oparciu o samodzielnie stworzone modele symulacyjne oraz pokazanie praktycznych zastosowań opisywanych rozważań.

W punkcie 5 pracy przeanalizowałem sytuację, w której objętość zgłoszenia ma rozkład wykładniczy (to założenie jest dość praktyczne i często wykorzystywane w analizie realnych systemów informatycznych z uwagi na fakt, że zgłoszenia zwykle mają objętość, którą dobrze opisuje rozkład geometryczny, który przy pewnych założeniach może być dobrze aproksymowany przez rozkład wykładniczy). Otrzymałem w ten sposób szczegółowe wyniki dotyczące charakterystyk czasu przebywania oraz objętości sumarycznej w trybie stacjonarnym - tu najważniejsze wyniki to wzory wyrażające przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa stacjonarnego czasu przebywania i stacjonarnej objętości sumarycznej dla tego specjalnego przypadku (w tym sytuacji, gdy czas naprawy ma również rozkład wykładniczy) oraz wzory na pierwsze dwa momenty tych zmiennych losowych, które będą w późniejszej części pracy wykorzystane do szacowania charakterystyk utrat informacji dla systemów z ograniczoną objętością sumaryczną. Co ciekawe, w przypadku, gdy czas naprawy ma również rozkład wykładniczy, udało mi się nawet uzyskać wzór na postać jawną dystrybucyjności czasu przebywania zgłoszenia w systemie metodą odwrócenia przekształcenia Laplace'a (powiązanego z przekształceniem Laplace'a - Stieltjesa) z użyciem metody residuów.

W punkcie 6 pokazałem możliwość wykorzystania wyniku dotyczącego przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa stacjonarnej objętości sumarycznej (wzór (7)) do otrzymania rozkładu liczby zgłoszeń w trybie stacjonarnym (dokładniej funkcji tworzącej tego rozkładu), na której podstawie uzyskany został wzór na rozkład liczby zgłoszeń w postaci jawnej - wzór (10).

Punkt 7 zawiera samodzielną analizę porównawczą oszacowań charakterystyk utrat informacji uzyskanych na bazie aproksymacji funkcją gamma dla systemów z zawodnymi serwerami ale ograniczoną objętością sumaryczną zgłoszeń z wynikami charakterystyk utrat uzyskanych na bazie programów symulacyjnych (tu jestem również autorem programów, które symulują zachowanie się realnego systemu z ograniczoną objętością sumaryczną). Analiza jest prowadzona dla czterech przypadków szczególnych:

1. Objętość zgłoszenia i czas naprawy mają rozkład wykładniczy;
2. Objętość zgłoszenia ma rozkład wykładniczy, a czas naprawy - rozkład jednostajny;
3. Objętość zgłoszenia ma rozkład jednostajny, a czas naprawy - rozkład wykładniczy;
4. Objętość zgłoszenia i czas naprawy mają rozkład jednostajny.

Dla analizowanych przypadków szczególnych wykonano serie obliczeń numerycznych oszacowań charakterystyk utrat informacji (opartych o wyniki uzyskane w punkcie 5) oraz przedstawiono wartości dokładne tych charakterystyk uzyskane na podstawie symulacji komputerowych. Wytłumaczono także zależność różnicy między tymi wartościami od charakterystyk działania systemu (m. in. jego obciążenia). Wytłumaczono również zależność

wartości charakterystyk utrat od parametrów rozkładów objętości zgłoszenia i czasu naprawy dla wszystkich analizowanych wariantów obliczeń.

W punkcie podsumującym przedstawiłem również pomysły na wykorzystanie przeprowadzonych obliczeń (na przykład do szacowania rozmiaru potrzebnej pamięci buforowej w realnych systemach informatycznych), a także możliwe zastosowania praktyczne analizowanego modelu. Miałem także swój większościowy udział w napisaniu punktu wstępnego, opisanie tła prowadzonych badań, przedstawieniu metodologii badań, w tym narzędzi matematycznych, omówieniu literatury związanej z badaną tematyką, a także tworzeniu wszystkich wersji manuskryptu oraz jego korekcie merytorycznej.

Opisywany artykuł wnosi istotny wkład w rozwój teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości w zakresie analizy systemów z zawodnymi serwerami, analizuje dość trudny model należący do klasy trzeciej, a wyniki uzyskane w trakcie jego analizy mogą mieć szerokie praktyczne zastosowanie do szacowania charakterystyk utrat informacji w systemach z ograniczoną objętością sumaryczną. Zarzutem może być tutaj mało praktyczne założenie o nieskończonej ilości serwerów, ale zauważmy, że przy dużej liczbie serwerów uzyskane wyniki mogą być traktowane w sposób przybliżony jako pewne estymatory, a z drugiej strony w artykule pokazano możliwą interpretację tego modelu dla realnego systemu informatycznego (rozważania punktu 4 zaproponowane przez pierwszego autora).

Praca [5]

Oleg Tikhonenko, Marcin Ziółkowski – „Queueing systems with random volume customers and their performance characteristics”, *Journal of Information and Organizational Sciences*, vol. 45, no. 1 (2021) (str 21-38), DOI: 10.31341/jios.45.1.2 (ministerialny wykaz czasopism punktowanych, 40 pkt).

Ten artykuł ma charakter przeglądowy, ale został wybrany celowo z uwagi na następujące dwa fakty:

- praca została opublikowana w ważnym czasopiśmie o szerokim zasięgu międzynarodowym;
- jest to jedna z niewielu prac, która w sposób bardziej przystępny prezentuje najważniejsze osiągnięcia teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości (również samodzielne osiągnięcia autorów), które cały czas są badaniami stosunkowo młodymi i ma szansę przybliżyć nową teorię naukowcom z różnych dziedzin (nie tylko zajmujących się teorią kolejek) reprezentujących różne kraje (nie tylko z omawianego we wstępie obszaru geograficznego tradycyjnie zainteresowanego tą tematyką).

Tu obaj autorzy, w równym stopniu, byli pomysłodawcami powstania tej pracy. Mój samodzielny wkład w powstanie tej pracy polegał między innymi na wybraniu zagadnień prezentowanych w przeglądzie, przedstawieniu tła historycznego i metodologicznego prowadzonych rozważań w ujęciu klasycznym oraz w kontekście modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości wraz z opracowaniem przeglądu literatury, przedstawieniem najważniejszych wyników otrzymanych w ramach wybranych modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości oraz istotnych twierdzeń i szczegółowych wyników (autorem wielu z nich jest prof. Oleg Tikhonenko). Byłem również głównym redaktorem wszystkich

wersji manuskryptu, dokonywałem jego korekt (po recenzjach) oraz byłem odpowiedzialny za stronę językową.

Oprócz tego, w punkcie 6, już całkowicie samodzielnie przedstawiłem możliwość wykorzystania otrzymanych wyników dotyczących stacjonarnego rozkładu liczby zgłoszeń (w systemach należących głównie do drugiej klasy oraz wybranych systemach z klasy czwartej) oraz wyników dotyczących charakterystyk objętości sumarycznej (dla modeli z klasy trzeciej) do wyznaczania dokładnych charakterystyk utrat informacji (tam gdzie jest to możliwe) oraz ich oszacowań w przypadku modeli należących do klasy czwartej, dla których wyznaczenie dokładnych charakterystyk utrat informacji nie jest możliwe. Przeprowadziłem między innymi szczegółowe obliczenia numeryczne dla poniższych dwóch systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości:

1. Jednoliniowy system z podziałem procesora i ograniczoną objętością sumaryczną typu $M/M/1/(oo, V)$ -EPS, w którym objętość zgłoszeń ma rozkład wykładniczy, a długość zgłoszenia (czas obsługi zgłoszenia, przy warunku, że w trakcie jego obsługi nie ma innych zgłoszeń w systemie) ma również rozkład wykładniczy, przy czym analizowane były dwie wersje modelu: pierwszy model zakłada niezależność długości zgłoszenia od jego objętości, w drugim modelu długość zgłoszenia jest proporcjonalna do jego objętości. Dla obu wersji modelu przeprowadzono obliczenia dotyczące charakterystyk utrat: prawdopodobieństwa utraty zgłoszenia oraz prawdopodobieństwa utraty jednostki informacji w oparciu o wzory uzyskane w postaci jawnej w poprzednich punktach (wzory (6) oraz (13)-(15)). Wyniki obliczeń zostały przedstawione na dwóch wykresach. Pokazano również zależność otrzymanych charakterystyk utrat informacji od charakteru zależności długości zgłoszenia oraz jego objętości. Po raz kolejny potwierdzono fakt, że jeśli mamy dwa systemy obsługi nierozróżnialne w sensie klasycznym: ten sam strumień wejściowy, jednakowe rozkłady długości zgłoszenia (co prowadzi do także do jednakowych rozkładów liczby zgłoszeń), to jednak charakterystyki utrat informacji zależą od rodzaju zależności pomiędzy długością zgłoszenia a jego objętością. W tym przypadku, uzyskane wyniki oraz obliczenia numeryczne pokazują nieco większe wartości charakterystyk utrat informacji w przypadku, gdy te zmienne są proporcjonalne.
2. Jednoliniowy system typu $M/M/1/(oo, V)$ z ograniczoną objętością sumaryczną, w którym objętość zgłoszeń oraz czas obsługi mają rozkład wykładniczy. Tu również analizowano dwie wersje modelu: w pierwszej czas obsługi i objętość zgłoszenia są niezależne, w drugiej czas obsługi jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia. W tym przypadku uzyskanie charakterystyk utrat informacji jest możliwe tylko dla pierwszej wersji modelu (jest to model klasy drugiej), natomiast w przypadku wersji drugiej musimy korzystać z oszacowań charakterystyk utrat informacji z wykorzystaniem aproksymacji funkcją gamma, do której to aproksymacji są potrzebne wartości dwóch pierwszych momentów stacjonarnej objętości sumarycznej dla modelu o analogicznym kształcie, lecz z nieograniczoną objętością sumaryczną (model klasy trzeciej $M/M/1/oo$, wzory (8) oraz (10)). Dlatego też do przeprowadzenia analizy porównawczej dwóch wersji modelu w kontekście wartości charakterystyk utrat informacji wykorzystano aproksymację (dla obu wersji modelu). Parametry znów zostały dobrane tak, aby systemy były nierozróżnialne w sensie klasycznym i ponownie pokazano, że wartości oszacowań tych charakterystyk różnią się w zależności od rodzaju związku pomiędzy czasem obsługi

a objętością zgłoszenia, co dobrze ilustrują kolejne zaprezentowane wykresy. Tu również oszacowania charakterystyk utrat informacji są większe dla drugiej wersji modelu (różnice są nawet dużo większe niż dla modelu z podziałem procesora). Ten wniosek jest bardzo ważny w kontekście projektowania realnych systemów informatycznych, ponieważ obliczając potrzebne wielkości pamięci buforowych systemu (przy z góry założonych poziomach charakterystyk utrat) musimy brać pod uwagę charakter zależności pomiędzy czasem obsługi a objętością zgłoszenia, pominięcie tego faktu może prowadzić do wyboru zbyt małej wielkości pamięci buforowej, a w konsekwencji niezamierzonych dodatkowych utrat zgłoszeń powodujących złą pracę systemów informatycznych, co było częstym błędem w pierwszych publikacjach na początku powstawania teorii w latach 70. i 80. ubiegłego wieku, gdy do analizy systemów informatycznych wykorzystywano jedynie klasyczne modele kolejkowe, nie biorąc pod uwagę charakteru zależności między czasem obsługi a objętością zgłoszenia lub biorąc go po uwagę jedynie w kontekście rozkładów brzegowych, gdy tymczasem symulacje komputerowe pokazywały zupełnie inne wyniki.

Podsumowując rozważania zawarte w pracy należy zdecydowanie podkreślić, że, mimo przeglądowego charakteru, artykuł ma istotny wpływ na rozwój teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, prezentuje ważne, zarówno w kontekście teoretycznym jak i praktycznym, wyniki, które można bezpośrednio zastosować w procesach analizy i projektowania realnych systemów informatycznych, a mój wkład w powstanie pracy jest znaczący. Praca daje też możliwość na prezentację ważnych wyników wśród dużego grona odbiorców zajmujących się analizą działania systemów informatycznych oraz zainteresowania tą tematyką innych badaczy na całym świecie.

Praca [6]

Oleg Tikhonenko, Marcin Ziółkowski, Wojciech M. Kempa – „Queueing systems with random volume customers and a sectorized unlimited memory buffer”, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 31, no. 3 (2021) (str 471-486), DOI: 10.34768/amcs-2021-0032 (ministerialny wykaz czasopism punktowanych, 100 pkt).

Ta praca stanowi zwieńczenie moich samodzielnych badań nad wprowadzeniem uogólnień pewnych modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z sektoryzowaną pamięcią buforową. Są to systemy, w których przybywające zgłoszenia transportują informacje różnego typu, które są zapisywane w dedykowanych sektorach objętości sumarycznej (założenie to wynika z praktycznych sytuacji, w których często na przykład pakiety danych zawierają części odpowiedzialne za zapisywanie informacji określonego typu). Dlatego też zarówno objętość zgłoszenia jak i objętość sumaryczna są tu wektorami posiadającymi pewną ilość składowych. Głównym celem analizy jest wyznaczenie charakterystyk rozkładu liczby zgłoszeń (dla modeli należącej głównie do klasy drugiej) lub charakterystyk stacjonarnej objętości sumarycznej, w przypadku, gdy objętość ta jest nieograniczona (wszystkie jej składowe), co odpowiada modelom należącym do klasy trzeciej. Sam pomysł uogólnienia jest mojego autorstwa, prowadzi on do potrzeby generalizacji metod matematycznych używanych w trakcie analizy, m.in. potrzeby rozważania wielowymiarowych splotów wg. Stieltjesa (wielowymiarowe rozkłady sum niezależnych wektorów losowych) oraz wielowymiarowych przekształceń Laplace’a - Stieltjesa. Objętość sumaryczna jest w tym przypadku wektorem, a jej rozkład w tym

przypadku jest rzadko możliwy do wyrażenia w postaci jawnej, podajemy więc zwykle wielowymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości sumarycznej, na podstawie którego w pewnych tylko przypadkach jest możliwe uzyskanie dystrybuanty łącznej wszystkich składowych wektora objętości sumarycznej w postaci jawnej, wykorzystując odwrócenie wielowymiarowego przekształcenia Laplace'a, lub uzyskanie pewnych istotnych charakterystyk liczbowych, na przykład momentów mieszanych wektora objętości sumarycznej, choć tu pojawiają się również nowe zagadnienia obliczeniowe, o których wspomnę w dalszej części omówienia. Pierwsze prace dotyczące tego zagadnienia i nieco łatwiejszych modeli, których jestem pomysłodawcą i głównym autorem, pojawiły się w latach 2018 - 2019 i były prezentowane między innymi na międzynarodowych konferencjach o tematyce związanej z sieciami komputerowymi. Omawiana praca jest pierwszą, która w sposób kompleksowy prezentuje otrzymane wyniki dla kilku klas trudniejszych modeli z nieograniczoną sektoryzowaną pamięcią buforową oraz omawia pojawiające się w tym przypadku wyzwania obliczeniowe. Oprócz autorskiego pomysłu wprowadzenia pojęcia sektoryzowanej pamięci buforowej, w pracy przedstawiłem tło prowadzonych rozważań wraz z przygotowaniem adekwatnego spisu bibliograficznego uwzględniającego artykuły o zbliżonej tematyce (tu pomagał też jeden ze współautorów prof. Wojciech Kempa), uzasadniłem potrzebę wprowadzenia takich modeli i ich praktyczny charakter, a także byłem głównym autorem wszystkich wersji manuskryptu. Zaproponowałem też trzy uogólnienia modeli z nieograniczoną sektoryzowaną objętością sumaryczną i czasem obsługi zależnym od wektora objętości zgłoszenia, które omówię merytorycznie poniżej.

1. Uogólnienie klasycznego systemu Erlanga $M/G/n/0$.

W analizowanym modelu zakładamy, że zgłoszenia przybywają do systemu w oparciu o strumień Poissona, w systemie jest skończona liczba identycznych serwerów i nie ma kolejki, dodatkowo zgłoszenia posiadają pewną objętość (w tym przypadku jest to wektor losowy), a czas obsługi jest zależny od wektora objętości zgłoszenia (zależność ta jest określona poprzez wielowymiarową dystrybuantę łączną czasu obsługi oraz wszystkich składowych wektora objętości). Dla analizowanego modelu uzyskałem następujące rezultaty:

- wzór na wielowymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości sumarycznej - wzór (2);
- wzory ogólne na momenty zwykle pierwszego oraz drugiego rzędu poszczególnych składowych objętości sumarycznej oraz moment mieszany rzędu (1+1) w przypadku, gdy objętość sumaryczna jest złożona z dwóch sektorów (we wzorach uwzględniono również charakter zależności czasu obsługi od wektora objętości zgłoszenia, wzory te zależą od wartości momentów mieszanych czasu obsługi i składowych wektora objętości);
- wzór na wielowymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości sumarycznej modelu granicznego - czyli systemu $M/G/\infty$ oraz wzory ogólne na momenty zwykle pierwszego i drugiego rzędu składowych wektora objętości sumarycznej oraz moment rzędu (1+1), również w przypadku dwuwymiarowym;

- otrzymanie ogólnych wyników dla modelu, w którym składowe dwuwymiarowego wektora objętości zgłoszenia są niezależne, a czas obsługi jest proporcjonalny do ich sumy (przykład 1);
- przedstawienie wzorów, obliczeń i wykresów dotyczących charakterystyk modelu (wersji z dwoma serwerami - $M/G/2/0$), w sytuacji, w której składowe dwuwymiarowego wektora objętości są niezależne, mają rozkład wykładniczy z różnymi parametrami, a czas obsługi jest proporcjonalny do ich sumy oraz sformułowanie wniosków dotyczących wpływu parametrów modelu na charakterystyki końcowe (wartości momentów pierwszego rzędu składowych wektora objętości sumarycznej oraz moment mieszany rzędu $(1+1)$) (tabele 1-2 oraz wykresy 1-2 oraz wnioski pod tabelami);
- przedstawienie wyników dotyczących wzorów na momenty zwykłe pierwszego rzędu poszczególnych składowych objętości sumarycznej oraz momentu mieszanego rzędu $(1+1)$ dla granicznej wersji modelu w przypadku dwuwymiarowym (model systemu $M/G/\infty$) (przykład 2), przy założeniu, że składowe wektora objętości są niezależne, a czas obsługi jest proporcjonalny do ich sumy.

2. Uogólnienie klasycznego jednoliniowego systemu kolejkowego $M/G/1/\infty$.

Kolejny z modeli może być traktowany jako istotne uogólnienie, znanego z literatury przedmiotu, jednoliniowego systemu obsługi, w którym zgłoszenia przybywają w oparciu o strumień Poissona (rozkład czasu między sąsiednimi chwilami przybywania zgłoszeń ma rozkład wykładniczy), dystrybuenta czasu obsługi ma dowolną postać, w systemie mamy tylko jedno pracujące bez przerw urządzenie, a kolejka jest nieograniczona. Głównym klasycznym wynikiem dla tego systemu jest wzór określający funkcję tworzącą liczby zgłoszeń w trybie stacjonarnym oraz pierwsze dwa momenty liczby zgłoszeń, wyniki te zostały niezależnie otrzymane przez A. Chinczyna i F. Pollaczka, stąd często nazywa się je wzorami Pollaczka - Chinczyna. Uogólnienie zaproponowane przeze mnie polega na założeniu, że zgłoszenia posiadają pewną wielowymiarową losową objętość, a czas obsługi zależy od wektora objętości zgłoszenia (w ogólnym przypadku zależność ta wyraża się poprzez wielowymiarową dystrybuentę łączną czasu obsługi i wszystkich składowych wektora objętości). Głównym celem jest również (jak w poprzednim modelu) wyznaczenie charakterystyk wektora objętości sumarycznej. Dla tego modelu uzyskano następujące wyniki:

- wzór na wielowymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości sumarycznej w warunkach stacjonarnych - wzór (8) - wzór ten może być traktowany jako istotne uogólnienie wzoru Pollaczka - Chinczyna, ponieważ formuła wyrażająca funkcję tworzącą liczby zgłoszeń w warunkach stacjonarnych może być tu rozumiana jako przypadek szczególny formuły wyrażającej przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa stacjonarnej objętości sumarycznej (wystarczy w tym celu założyć, że wszystkie zgłoszenia mają jednowymiarową objętość równą 1, a czas obsługi nie zależy od objętości zgłoszenia - wtedy liczba zgłoszeń liczbowo pokrywa się z ich objętością) ;

- wzory na momenty zwykle pierwszego i drugiego rzędu obu składowych wektora objętości sumarycznej w przypadku, gdy objętość sumaryczna jest dwuwymiarowa (składa się z dwóch sektorów);
- wzór na moment mieszany rzędu $(1+1)$ wektora stacjonarnej objętości sumarycznej, uzyskanie tego wyniku wymagało zastosowania zupełnie nowych technik obliczeniowych z uwagi na fakt, że podczas obliczania tej charakterystyki mamy do czynienia ze skomplikowanymi funkcjami wymiernymi dwóch zmiennych i w trakcie obliczania pochodnych mieszanych tych funkcji w punkcie $(0,0)$ (koniecznych do uzyskania wzoru na moment mieszany rzędu $(1+1)$) otrzymujemy symbole nieoznaczone, które trzeba zniwelować wykorzystując uogólnienie reguły de l'Hospitala dla funkcji wielu zmiennych. Z powstałych prac dotyczących tego zagadnienia wynika, że w przypadku systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości (dla których wiemy, że moment mieszany istnieje z uwagi na założenie istnienia warunków stacjonarnych) nieoznaczoności pozbywamy się obliczając w sposób cykliczny pochodne raz po jednej, raz po drugiej zmiennej licznika i mianownika funkcji wymiernej będącej pochodną mieszaną przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa dwuwymiarowej dystrybucji wektora objętości sumarycznej (postępujemy tak do momentu, aż mianownik jest różny od zera, a tym samym licznik również musi być niezerowy z uwagi na analityczność badanej funkcji wymiernej). Zastosowanie uogólnionej reguły de l'Hospitala oraz sposób jej użycia z wykorzystaniem pakietów algebry komputerowej (obliczenia symboliczne są tu bardzo skomplikowane i ich wykonanie ręczne jest w zasadzie niemożliwe) jest również moim autorskim pomysłem;
- uzasadniono potrzebę obliczenia momentów mieszanych, w szczególności momentu mieszanego rzędu $(1+1)$ dla sytuacji dwuwymiarowej z uwagi na możliwość wyznaczania współczynnika korelacji obu składowych wektora objętości sumarycznej;
- przedstawiono analizę pewnych przypadków szczególnych tego modelu, na przykład dwuwymiarowy przypadek, w którym składowe wektora objętości są niezależne, a czas obsługi jest proporcjonalny do ich sumy oraz (jako przypadek szczególny) model, w którym te składowe mają rozkład wykładniczy z różnymi parametrami; przeprowadzono wiele obliczeń numerycznych i przedstawiono wykresy zależności charakterystyk wektora objętości sumarycznej (momenty zwykle pierwszego rzędu poszczególnych składowych oraz współczynnik korelacji) od parametrów systemu (intensywności przybywania zgłoszeń, parametr rozkładu jednej ze składowych wektora objętości zgłoszenia).

3. Uogólnienie klasycznego jednoliniowego systemu ze sprawiedliwym podziałem procesora $M/G/1/\infty$ - EPS.

Ostatni z prezentowanych w artykule nowych modeli jest uogólnieniem klasycznego modelu jednoliniowego systemu ze sprawiedliwym podziałem procesora. W systemie takim nie ma kolejki, zgłoszenia przybywają w oparciu o strumień Poissona, długość zgłoszenia (czas obsługi zgłoszenia przy warunku, że podczas jego obsługi w systemie nie ma innych zgłoszeń) ma dowolny rozkład, a wszystkie zgłoszenia obsługiwane są jednocześnie (nie ma utrat zgłoszeń), przy czym prędkość obsługi zgłoszeń zmienia się i jest zależna od ilości obsługiwanych zgłoszeń. W uogólnieniu modelu zaproponowanym w artykule zakładamy

dotatkowo, że zgłoszenia są charakteryzowane poprzez pewną losową objętość, która w ogólnym przypadku jest wektorem losowym, a czas obsługi zależy od wektora objętości (podobnie jak w poprzednich dwóch modelach). Dla tego modelu otrzymano następujące główne rezultaty:

- wzór na wielowymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości sumarycznej w warunkach stacjonarnych - wzór (13);
- wzory na momenty zwykłe pierwszego i drugiego rzędu poszczególnych składowych wektora objętości sumarycznej oraz moment mieszany rzędu $(1+1)$ dla przypadku dwuwymiarowego, wzory uwzględniają charakter zależności między długością zgłoszenia a wektorem objętości zgłoszenia (przykład 4).

Konkludując rozważania zawarte w omawianym artykule należy stwierdzić, że wszystkie główne wyniki są nowe, niepublikowane wcześniej i wnoszą istotny wkład w rozwój teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości. Mój udział w tej pracy jest kluczowy, od pomysłu wprowadzenia pojęcia sektoryzowanej pamięci buforowej, przez wprowadzenie uogólnień klasycznych modeli kolejkowych z sektoryzowaną pamięcią buforową, ich analizę i uzyskanie istotnych wyników dotyczących charakterystyk wektora objętości sumarycznej, po rozwiązanie pewnych nowych zagadnień obliczeniowych (między innymi wykorzystanie uogólnionej reguły de l'Hospitala do obliczania momentów mieszanych wektora objętości sumarycznej z pomocą algorytmów wykorzystujących pakiety algebry komputerowej). Wkład pozostałych autorów w tę pracę był znacznie mniejszy, profesor Oleg Tikhonenko pełnił rolę osoby sprawdzającej poprawność otrzymanych przeze mnie wyników, był autorem uogólnień modelu 2 oraz 3 na przypadek niestacjonarny (twierdzenie 2 oraz twierdzenie 3, początkowe wyniki były skupione na charakterystykach wyłącznie stacjonarnych), a także wykonał drobne korekty edytorskie, natomiast profesor Wojciech Kempa brał udział w przygotowaniu rozdziału wstępnego artykułu, zaproponował kilka pozycji bibliograficznych związanych z tem prowadzonych badań oraz sprawdzał poprawność uzyskanych wyników numerycznych w trakcie analiz przypadków szczególnych. Uważam tę pracę jako jedną z najważniejszych w swoim dorobku, szczególnie, że zagadnienie analizy modeli z sektoryzowaną i nieograniczoną objętością sumaryczną oraz czasem obsługi zależnym od wektora objętości zgłoszenia pojawia się tu poważnie po raz pierwszy (wcześniejsze próby dotyczą prostszych modeli i były prezentowane w artykułach o mniejszym zasięgu i renomie).

Praca[7]

Marcin Ziółkowski, Oleg Tikhonenko – „Single-server queueing system with limited queue, random volume customers and unlimited sectorized memory buffer”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences*, vol. 70, no. 6 (2022) (article i.d. e143647), DOI: 10.24425/bpasts.2022.143647 (ministerialny wykaz czasopism punktowanych, 100 pkt).

Następna zamieszczona w cyklu praca również dotyczy analizy modelu systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości z sektoryzowaną nieograniczoną pamięcią buforową, jednak tym razem zajmujemy się wspólnie ze współautorem prof. Olegiem Tikhonenko nieco bardziej skomplikowanym systemem jednoliniowym, w którym kolejka jest skończona (typu

$M/G/1/m$). Pan Profesor przeprowadził tu główne analizy zachowania się systemu o podanym kształcie, wyprowadził równania opisujące zachowanie się systemu i udowodnił wzór na wielowymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości sumarycznej (twierdzenie 1), w przypadku, gdy liczba miejsc oczekiwania w kolejce jest niezerowa. Moja rola w powstanie tego artykułu sprowadzała się między innymi do:

- zainicjowania badań w celu uzyskania jednoliniowego modelu systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości z ograniczoną kolejką i sektoryzacją pamięci buforowej;
- udowodnienia twierdzenia 1 w przypadku szczególnym, gdy w systemie nie ma kolejki, a tym samym wykazania, że uzyskany w poprzedniej pracy wynik dla systemu $M/G/n/0$ (gdy $n = 1$) jest przypadkiem szczególnym wyniku otrzymanego w twierdzeniu 1;
- udowodnienia granicznej wersji twierdzenia (gdy liczba miejsc oczekiwania w kolejce dąży do nieskończoności) i tym samym pokazania, że uogólnienie wzoru Pollaczka - Chinczyna uzyskane w poprzedniej pracy wynika z przejścia granicznego dla analizowanego systemu $M/G/1/m$ (gdy $m \rightarrow \infty$);
- uzyskania wzorów w przypadkach szczególnych, w których kolejka składa się z jednego lub dwóch miejsc oczekiwania ($m = 1$ lub $m = 2$) z wykorzystaniem algorytmu obliczeniowego wyznaczania stacjonarnego rozkładu liczby zgłoszeń klasycznej wersji systemu $M/G/1/m$ - wzory (8,9);
- analizy przypadków szczególnych modelu, w których objętość sumaryczna jest jednowymiarowa lub dwuwymiarowa i wyznaczenia w tym przypadku charakterystyk objętości sumarycznej, w tym zakresie udało mi się otrzymać wiele interesujących nowych wyników m.in.:

1. Uzyskałem wzory na momenty pierwszego i drugiego rzędu objętości sumarycznej w warunkach stacjonarnych w przypadku, gdy objętość sumaryczna jest jednowymiarowa (zawiera jeden sektor) - wzory (20, 21).
2. Uzyskałem wzory na przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa stacjonarnej objętości sumarycznej (wzór (22)), ale również wzory na dystrybuantę objętości sumarycznej w postaci jawnej (co rzadko jest możliwe) oraz wzory na wartości pierwszych dwóch momentów dla systemu $M/M/1/1$, w których objętość zgłoszenia ma rozkład wykładniczy, a czas obsługi jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia.
3. Przeprowadziłem analizę zależności pierwszych dwóch momentów objętości sumarycznej dla omawianego w punkcie 2 przypadku szczególnego od parametrów odpowiednio: wykładniczego rozkładu objętości zgłoszenia oraz obciążenia systemu (wartości tzw. ładowania systemowego). Wyniki są przedstawione w samodzielnie stworzonych tabelach opartych o przeprowadzone obliczenia numeryczne, na podstawie wyników otrzymano również pewne wnioski wynikające z obliczeń.
4. Wykazałem zależność otrzymanych charakterystyk objętości sumarycznej od typu zależności między czasem obsługi zgłoszenia, a jego objętością. W tym przypadku pokazałem, że nawet w przypadku równoważności w sensie klasycznym dwóch modeli (jednakowe parametry strumienia wejściowego oraz czasu obsługi zgłoszenia), z których w pierwszym modelu mamy niezależność tych zmiennych losowych, a w drugim czas obsługi jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia, otrzymujemy inny wzory na dystrybuantę objętości sumarycznej oraz wartości pierwszych dwóch momentów tej zmiennej losowej.

5. W przypadku wersji modelu z sektoryzowaną pamięcią buforową składającą się z dwóch sektorów uzyskałem wzory na wartości pierwszych dwóch momentów zwykłych poszczególnych składowych objętości sumarycznej oraz wzór na moment mieszany rzędu $(1+1)$ analizowanego wektora objętości sumarycznej - wzory (24) - (26) .
6. Uzyskałem wzór na dwuwymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości sumarycznej dla pewnego szczególnego dwuwymiarowego przypadku modelu, w którym objętość zgłoszenia zawiera dwie niezależne składowe mające rozkład wykładniczy z różnymi parametrami, a czas obsługi jest proporcjonalny do ich sumy - wzór (27).
7. Uzyskałem wzory na wartości pierwszych dwóch momentów zwykłych poszczególnych składowych objętości sumarycznej oraz wzór na moment mieszany wektora objętości sumarycznej dla modelu z punktu 6 - wzory (28) - (30).

Należy mieć na uwadze fakt, że znów do wyznaczenia momentów mieszanych wektora objętości sumarycznej musiała być wykorzystana uogólniona reguła de l' Hospitala dla funkcji wielu zmiennych i odpowiednie techniki obliczeniowe wykorzystujące pakiety algebry komputerowej.

Warto dodatkowo podkreślić, że byłem twórcą wszystkich wersji manuskryptu. Opracowałem również wstęp teoretyczny, w którym przedstawiono tło prowadzonych rozważań wraz z odpowiednim spisem bibliograficznym oraz uzasadnieniem wagi nowego modelu oraz jego praktycznego charakteru. Odpowiadałem także za korektę autorską tekstu oraz stronę językową artykułu.

Podsumowując, omawiany artykuł wnosi istotny wkład w rozwój dziedziny modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości. Jest kolejnym artykułem prezentującym nowy model systemu z sektoryzowaną pamięcią buforową, który ma istotne znaczenie zarówno teoretyczne jak i praktyczne. W trakcie pracy nad modelem będącym generalizacją klasycznego modelu systemy typu $M/G/1/m$ uzyskano wiele interesujących wyników, które mogą mieć praktyczne zastosowanie w procesach projektowania i analizy realnych systemów informatycznych. Dodatkowo praca prezentuje wysoki poziom znajomości narzędzi matematycznych, w tym narzędzi zupełnie nowych w kontekście teorii kolejek - między innymi wykorzystanie uogólnionej reguły de l' Hospitala do wyznaczania momentów mieszanych rzędu $(1+1)$ wektora objętości sumarycznej. Mój wkład w powstanie tej pracy jest również kluczowy, jestem pomysłodawcą jego powstania oraz mam istotny wpływ w otrzymanie ważnych wyników, co zostało dogłębnie przedstawione w opisie artykułu.

Praca [8]

Marcin Ziolkowski – „Multi-server loss queueing system with random volume customers, non-identical servers and a limited sectorized memory buffer”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences*, vol. 71, no. 5 (2023) (article i.d. e146764), DOI: 10.24425/bpasts.2023.146764 (ministerialny wykaz czasopism punktowanych, 100 pkt).

Omawiany artykuł jest drugą całkowicie samodzielną pracą w prezentowanym do oceny cyklu publikacji. Głównym celem pracy była analiza uogólnienia klasycznego modelu systemu $M/M/n/m$, przy czym generalizacja jest prowadzona w oparciu o dwie istotne zmiany:

1. Założenie nieidentyczności serwerów, co oznacza, że parametry czasu obsługi (tu rozkład wykładniczy) dla poszczególnych serwerów mogą być różne.
2. Założenie sektoryzacji pamięci buforowej (w tym przypadku objętość sumaryczna jest ograniczona, każda składowa objętości sumarycznej jest ograniczona przez pewną stałą wartość).

Analizowany model jest modelem należącym do klasy drugiej, zakładamy tutaj bowiem, że objętość sumaryczna jest ograniczona, a czas obsługi jest niezależny od wektora objętości zgłoszenia. Oba kierunki generalizacji są dość charakterystyczne dla moich samodzielnych działań naukowych. Badanie zarówno modeli z nieidentycznymi serwerami, jak i modeli z sektoryzacją pamięci buforowej to główne kierunki moich zainteresowań. W tym artykule zaprezentowany jest model, który niejako łączy te dwa obszary generalizacji, co jest pewnym novum.

Jeśli chodzi o merytoryczny aspekt artykułu, to jest on dość znaczący zarówno pod kątem teoretycznym, jak i praktycznym. W treści artykułu w sposób bardzo szczegółowy opisano działanie modelu systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości z nieidentycznymi serwerami, czasem obsługi niezależnym od wektora objętości zgłoszenia i sektoryzacją pamięci buforowej typu $M/M/n(m, V)$ oraz uzasadniono jego wartość praktyczną w kontekście wcześniej powstałych prac dotyczących tematyki modeli systemów z nieidentycznymi serwerami w ujęciu klasycznym oraz innych modeli z sektoryzacją pamięci buforowej (dość rozbudowane wprowadzenie). Należy jeszcze raz podkreślić, że modele z nieidentycznymi serwerami pojawiają się relatywnie rzadko w publikacjach z uwagi na skomplikowany aparat matematyczny (pojawianie się we wzorach przekształceń kombinatorycznych) mimo ich bezsprzecznie praktycznego charakteru - w realnych systemach informatycznych lub telekomunikacyjnych (złożonych z wielu serwerów), charakterystyki czasu obsługi dla poszczególnych urządzeń są zwykle różne.

Następnie wyprowadzono w sposób szczegółowy równania opisujące działanie analizowanego systemu (równania (7) - (12)) w oparciu o wcześniej wprowadzony proces losowy i opisujące go funkcje (wzory (1) - (6)). Wyprowadzenie równań jest bardzo dokładne z dbałością o aspekt dydaktyczny (zrozumienia działania systemu i sposobu uzyskania równań). Następnie zaproponowano oraz udowodniono wzory na postać jawną wprowadzonych funkcji (wzory (13) - (16)) poprzez wstawienie otrzymanych wyników do otrzymanego układu równań opisujących działanie systemu w celu pokazania ich poprawności.

Najważniejsze wyniki otrzymane na tym etapie badań to wzory (15) - (17) opisujące stacjonarny rozkład liczby zgłoszeń w warunkach stacjonarnych dla analizowanego systemu. Należy jednak podkreślić, że wyglądające na dość proste wzory zawierają w sobie składową w postaci wielowymiarowego splotu według Stieltjesa k -tego rzędu dystrybucyj wektora objętości zgłoszenia, co może w wielu przypadkach powodować problemy obliczeniowe z uwagi na trudność wyznaczania splotów w postaci jawnej. Jednak w dalszej części artykułu zaproponowano pewien ciekawy obliczeniowy algorytm rozwiązania tego problemu wykorzystujący pakiety algebry komputerowej, który zostanie przedstawiony w dalszej części omówienia artykułu.

Kolejną ważną częścią artykułu jest pokazanie możliwości wykorzystania otrzymanego wyniku głównego (stacjonarny rozkład liczby zgłoszeń) do wyznaczania następujących praktycznych stacjonarnych charakterystyk działania omawianego systemu:

- wartość oczekiwana liczby zgłoszeń (Uwaga 1);
- rozkład obciążenia poszczególnych serwerów (Uwaga 2);
- prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia - wzór (19), w tym przypadku wzór na tę bardzo ważną charakterystykę uzyskano na podstawie równania równowagi (wzór (18)).

Dalsza część pracy to bardzo ciekawa analiza pewnych przypadków szczególnych wraz z omówieniem pojawiających się problemów obliczeniowych i propozycji ich rozwiązań. Na początku punktu 4, w którym dokonano analizy zaproponowałem ciekawy algorytm obliczania wielowymiarowych splotów według Stieltjesa (trudnych do wyznaczenia na podstawie definicji), który opiera się o następujące kroki:

1. Obliczamy wielowymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa dystrybuanty łącznej wektora objętości zgłoszenia.
2. Obliczamy wielowymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa splotu k -tego rzędu dystrybuant wektora objętości zgłoszenia - z uwagi na fakt, że splot jest dystrybuantą sumy niezależnych wektorów losowych, przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa tego splotu jest potęgą rzędu k pojedynczego przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa dystrybuanty łącznej wektora losowego.
3. Wyznaczamy przekształcenie Laplace'a analizowanego splotu - z uwagi na związek przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa oraz przekształcenia Laplace'a wyznaczone przekształcenie Laplace'a splotu jest ilorzem przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa splotu oraz iloczynu argumentów pojawiających się w splotcie.
4. Ostatnim punktem jest odwrócenie otrzymanego w punkcie 3 przekształcenia z wykorzystaniem pakietów algebry komputerowej (w środowisku *Mathematica* wystarczy użyć funkcji **InverseLaplaceTransform**).

Omawiany algorytm oczywiście nie zawsze pozwoli na uzyskanie splotu w postaci jawnej, dodatkowo możemy go stosować tylko w przypadku ustalonego rzędu splotu (co jednak w konsekwencji pozwala na przewidzenie ogólnego wyniku oraz późniejsze udowodnienie go z wykorzystaniem zasady indukcji zupełnej), jednak w sytuacjach praktycznych zwykle mamy do czynienia głównie z dwoma sytuacjami jeśli chodzi o rodzaj zależności pomiędzy składowymi wektora objętości zgłoszenia:

- wszystkie składowe są niezależne;
- wszystkie składowe poza ostatnią są niezależne, a ostatnia składowa jest proporcjonalna do ich sumy (składowa ta może zawierać na przykład całościową informację o pakiecie danych podzielonym na części, informacje o zawartości poszczególnych części pakietu, ich rozmiarze etc.)

W takich sytuacjach algorytm sprawdza się dość dobrze (wzory (20, 21)) dla wielu rozkładów prawdopodobieństwa, w innych przypadkach można próbować odwrócić przekształcenie Laplace'a splotu w sposób numeryczny, co jednak nie jest celem tej pracy (tu skupiłem się na możliwości uzyskania splotów w postaci jawnej).

W dalszej części pracy zaprezentowano wyniki dla pewnych przypadków szczególnych systemu. Przeanalizowano tu system z dwoma nieidentycznymi serwerami i

dodatkowym jednym miejscem oczekiwania w kolejce (system $M/M/2/(I, V)$) w wariantach dwuwymiarowego i trójwymiarowego charakteru objętości zgłoszenia.

W przypadku dwuwymiarowego wektora objętości osobno zaprezentowano wyniki dla wersji modelu, w której składowe wektora objętości zgłoszenia są niezależne i mają rozkład wykładniczy z różnymi parametrami oraz wersji, w której druga składowa jest proporcjonalna do pierwszej, która ma rozkład wykładniczy. Dla obu przypadków wyznaczono odpowiednie sploty dystrybuant wektora objętości zgłoszenia w postaci jawnej (wzory (23) oraz (24)), wykorzystując wprowadzony algorytm. Przedstawiono również obliczenia dotyczące rozkładów liczby zgłoszeń oraz prawdopodobieństw utrat (w zależności od wartości ograniczeń sektorów objętości sumarycznej, czyli rozmiarów sektorów pamięci buforowej) oraz przeprowadzono analizę zbieżności prawdopodobieństwa utraty (ciekawe w tym kontekście są rozważania dotyczące dwuwymiarowych wykresów 2 oraz 3 oraz otrzymanych w tabelach wyników numerycznych).

Natomiast w przypadku trójwymiarowego wektora objętości również zaprezentowano wyniki dla dwóch wersji modelu. W pierwszej składowe są niezależne i mają rozkłady jednostajne (z różnymi parametrami), a w drugiej pierwsze dwie składowe mają rozkład jednostajny (z różnymi parametrami), a trzecia ze składowych jest proporcjonalna do ich sumy. Dla wersji pierwszej modelu wyznaczono i zaprezentowano w postaci jawnej odpowiednie sploty, wykorzystując omówiony wcześniej algorytm (wzory (25)), dla drugiej wersji z uwagi na złożoność wyniku końcowego zaprezentowano tylko wynik częściowy (przekształcenie Laplace'a splotu - wzór (26)), który jednak udało się wyznaczyć z pomocą pakietów algebry komputerowej, co zostało wykorzystane do prezentacji wyników numerycznych. Dla obu wersji modelu zaprezentowano obliczenia dotyczące rozkładów liczby zgłoszeń oraz wartości prawdopodobieństw utrat (dla ustalonych parametrów modelu), które zilustrowano za pomocą czytelnych tabel.

W końcowej części pracy przedstawiono wnioski końcowe i podsumowano rozważania zawarte w pracy, przede wszystkim podkreślając otrzymane wyniki oraz pojawiające się problemy obliczeniowe oraz sposoby ich rozwiązania.

Na uwagę zasługuje jeszcze jeden fakt. Mimo, że obliczenia symboliczne i numeryczne są tu zaprezentowane dla pewnych szczególnych modeli o założonych rozkładach prawdopodobieństwa składowych wektora objętości, to w artykule zawarta jest ogólna metoda wyznaczania rozkładów liczby zgłoszeń (w tym wyznaczanie splotów według Stieltjesa k -tego rzędu wektorów losowych) oraz wartości prawdopodobieństwa utraty dla analizowanego modelu z nieidentycznymi serwerami i sektoryzacją pamięci buforowej. Model ten istotnie uogólnia klasyczny model systemu $M/M/n/m$ i może być wykorzystany w trakcie analizowania pracy lub projektowania realnych systemów informatycznych, w których wpływ wektora objętości zgłoszeń na ich czas obsługi jest nieznaczący - tu przykładem mogą być serwery pocztowe, czas obsługi maila (od momentu przybycia do jego usunięcia) raczej nie zależy od jego rozmiaru (rozmiaru jego składowych części: część tekstowa, załączniki itp.) a raczej od jego ważności.

Podsumowując rozważania zawarte w pracy, należy zdecydowanie stwierdzić, że praca zawiera bardzo ważne nowe wyniki w kontekście modelowania systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, a ogólny charakter modelu (nieidentyczność serwerów, sektoryzacja pamięci buforowej z możliwymi różnymi charakterami zależności między składowymi wektora objętości zgłoszenia) sprawia, że jest to model, który wnosi nowe pomysły, idee, ale także techniki obliczeniowe do teorii systemów kolejkowych (tu ważny

w kontekście praktycznym jest zaproponowany algorytm obliczania splotów według Stieltjesa wektorów losowych), co stanowi istotny i samodzielny wkład autora w rozwój dyscypliny naukowej informatyka techniczna i telekomunikacja.

Praca[9]

Marcin Ziółkowski – „On applications of computer algebra systems in queueing theory calculations”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences*, vol. 72, no. 4 (2024) (article i.d. e150199), DOI: 10.24425/bpasts.2024.150199 (ministerialny wykaz czasopism punktowanych, 100 pkt).

Omawiana praca jest kolejną pracą, której jestem jedynym autorem i ma ona znaczenie kluczowe w kontekście prowadzenia analiz systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, ale również innych obliczeń w ramach klasycznych modeli kolejkowych. W pracy zaprezentowane są problemy obliczeniowe pojawiające się w trakcie modelowania zarówno klasycznych modeli kolejkowych jak i modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości i propozycje rozwiązań tych problemów w oparciu o autorskie algorytmy obliczeniowe wykorzystujące pakiety algebry komputerowej.

W czasie swojej wieloletniej działalności naukowej natrafiłem na złożone problemy związane głównie z obliczeniami symbolicznymi, które prowadzą do uzyskiwania charakterystyk działania systemów obsługi, między innymi wyznaczania splotów według Stieltjesa sum niezależnych zmiennych lub wektorów losowych czy obliczania wartości momentów zwykłych i mieszanych analizowanych zmiennych i wektorów losowych. Problemy te są związane z koniecznością wprowadzenia pewnych wielowymiarowych uogólnień używanych przekształceń całkowych (na przykład wielowymiarowego przekształcenia Laplace’a - Stieltjesa czy wielowymiarowych splotów według Stieltjesa) oraz wykonywania innych skomplikowanych obliczeń (na przykład zastosowania uogólnionej reguły de l’Hospitala dla złożonych funkcji wymiernych wielu zmiennych).

Dodatkowo prowadzenie obliczeń bez użycia dodatkowych narzędzi (w tym przypadku pakietów algebry komputerowej) jest w zasadzie niemożliwe z uwagi na poziom ich złożoności i skomplikowania. O dwóch problemach wspomniałem w opisie wcześniejszych prac - wyznaczanie splotów według Stieltjesa danych wektorów losowych oraz wykorzystanie uogólnionej reguły de l’Hospitala do wyznaczania momentów mieszanych wektora objętości sumarycznej w przypadku systemów z sektoryzacją pamięci buforowej, jednak w pracy omówiono inne problemy obliczeniowe pojawiające się już nawet w trakcie analizy prostych klasycznych systemów kolejkowych. W pracy nad wieloma wcześniejszymi publikacjami stopniowo opracowywałem autorskie algorytmy obliczeniowe i je wykorzystywałem, jednak w żadnej z wcześniejszych prac nie omawiałem ich szczegółowo, co pozwoliłoby na ich popularyzację i możliwość wykorzystania przez innych naukowców zajmujących się analizą modeli systemów kolejkowych.

Zatem głównym celem omawianego artykułu jest prezentacja zaawansowanych algorytmów obliczeń symbolicznych pojawiających się w procesie modelowania systemów kolejkowych i przedstawienie możliwości ich sprawnego wykorzystania z użyciem pakietów algebry komputerowej umożliwiających prowadzenie skomplikowanych i żmudnych obliczeń symbolicznych (tu chodzi głównie o środowisko *Mathematica*, które jest wiodące w kontekście obliczeń symbolicznych). Co bardzo istotne, te obliczenia są w większości przypadków niezbędne, aby uzyskiwać nowe, istotne z punktu widzenia naukowego, wyniki

dotyczące najważniejszych charakterystyk analizowanych modeli systemów obsługi (w tym systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości) i w wielu przypadkach nie jest możliwe dogłębne zbadanie wielu modeli bez wykorzystania tych algorytmów.

Praca jest dość młoda (została opublikowana w poprzednim roku), jednak jej znaczenie i wpływ na innych naukowców powinny zwiększać się w miarę upływu czasu z uwagi na dużą praktyczność przedstawionych algorytmów obliczeniowych. W punkcie 3. pracy przedstawiono szczegółowo pewne matematyczne narzędzia używane w trakcie analizy systemów kolejkowych (w ujęciu klasycznym oraz również modeli obsługi zgłoszeń o losowej objętości) i omówiono ich najczęściej wykorzystywane własności, a następnie, w dalszej części pracy, przedstawiono pojawiające się problemy obliczeniowe i propozycje ich rozwiązań.

Główna autorska część pracy jest zawarta w punktach 4-5. Przejdę teraz do omówienia problemów obliczeniowych przedstawionych w pracy wraz z autorskimi propozycjami ich rozwiązań.

1. Znajdowanie stacjonarnego rozkładu liczby zgłoszeń dla wielostanowych skomplikowanych klasycznych modeli kolejkowych opartych o łańcuchy Markowa (punkt 4.1).

Wiele najprostszych modeli kolejkowych jest modelowanych z użyciem procesów losowych, które są łańcuchami Markowa - tu bardzo dobrym przykładem są systemy typu $M/M/n/m$, dla których proces określający liczbę zgłoszeń w dowolnej chwili czasu jest właśnie łańcuchem Markowa. Gdy serwery są identyczne (mają jednakowe parametry wykładniczego czasu obsługi), problem nie jest trudny i otrzymane układy równań w trybie stacjonarnym można łatwo rozwiązać bez potrzeby wprowadzania dodatkowych algorytmów (proces opisujący działanie systemu jest w tym przypadku procesem narodzin i śmierci). Sytuacja staje się o wiele bardziej skomplikowana, gdy na przykład serwery nie są identyczne. Nadal systemy takie możemy modelować z wykorzystaniem łańcuchów Markowa, jednak liczba analizowanych stanów rośnie wówczas wykładniczo wraz ze wzrostem liczby serwerów, a graf opisujący analizowany łańcuch Markowa nie jest liniowy (ma bardziej rozbudowaną drzewiastą strukturę), co powoduje ogromne problemy związane z możliwością rozwiązania takiego układu równań. Wówczas możemy wykorzystać zapis macierzowy danego układu równań i próbować go rozwiązać z wykorzystaniem pewnych specjalnych algorytmów operacji na macierzach rzadkich (w analizowanych macierzach występują duże ilości elementów zerowych). Pakiety algebry komputerowej mają zaimplementowane algorytmy operacji na macierzach rzadkich, co można łatwo wykorzystać (wykorzystujemy na przykład instrukcję **LinearSolve** w środowisku *Mathematica*).

Ilustracją zaproponowanego przeze mnie algorytmu jest przedstawienie analizy modeli systemów typu $M/M/2/0$ oraz $M/M/3/0$ z nieidentycznymi serwerami i wyborem najszybszego dostępnego serwera, które to modele mimo niewielkiej liczby stanów są dość skomplikowane z uwagi na brak przejść między niektórymi stanami (już dla przypadku trzech serwerów uzyskanie wyników jest niezwykle trudne). Uzyskane z użyciem tego algorytmu. i pakietu *Mathematica* wyniki zostały przedstawione między innymi na rysunku 2 (dla trzech serwerów), przeprowadzono też pewne przykładowe obliczenia numeryczne dla ustalonych parametrów strumienia wejściowego oraz parametrów czasu obsługi dla poszczególnych serwerów. Ponieważ wiele klasycznych modeli kolejkowych to uogólnienia systemów typu

$M/M/n/m$, zaproponowany algorytm może być niezwykle cenny dla naukowców zajmujących się analizą klasycznych systemów kolejkowych, dla których proces opisujący liczbę zgłoszeń w systemie jest właśnie rozbudowanym łańcuchem Markowa o wielu stanach, co więcej, metoda przedstawiona w tym przypadku będzie pomocna dla naukowców z innych dziedzin, którzy analizują wielostanowe łańcuchy Markowa jako modele opisujące różne procesy fizyczne (problem nie dotyczy wyłącznie teorii kolejek).

2. Wykorzystanie reguły de l'Hospitala dla funkcji jednej zmiennej do uzyskiwania wybranych charakterystyk działania klasycznych systemów kolejkowych (punkt 4.2).

W przypadku wielu modeli systemów kolejkowych (nawet w klasycznym ujęciu) nie jest możliwe uzyskanie ważnych w kontekście praktycznym charakterystyk w postaci jawnej nawet w trybie stacjonarnym. Analizowane w tym przypadku zmienne losowe: stacjonarna liczba zgłoszeń obecnych w systemie, czas oczekiwania, czas przebywania czy okres zajętości (okres nieprzerwanego działania urządzeń obsługi, ta charakterystyka jest ważna szczególnie dla systemów jednoliniowych, ponieważ określa w pewien sposób okres ciągłego działania serwera, czyli poziom jego wykorzystania, co ma wpływ na przykład na charakterystyki awaryjności lub pozwala planować jego konserwację) rzadko można przedstawiać w postaci jawnej (np. wzoru na liczbę zgłoszeń w systemie, wzoru na postać jawną dystrybuant czasu oczekiwania, przebywania czy okresu zajętości). Podobny problem spotykamy w systemach obsługi zgłoszeń o losowej objętości, gdzie jednym z głównych celów jest wyznaczanie charakterystyk objętości sumarycznej (w sytuacji idealnej najlepiej w postaci dystrybuanty stacjonarnej objętości sumarycznej wyrażonej w sposób jawny), co jednak zwykle nie jest możliwe. Jednak istnieją narzędzia matematyczne, które pozwalają wyrazić te charakterystyki w innej postaci. Tu zwykle używamy dwóch analitycznych funkcji zmiennej w ogólnym przypadku zespolonej, mianowicie funkcji tworzącej lub przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa. Funkcje te pozwalają jednak, w przypadku niemożliwości uzyskania rozkładów analizowanych zmiennych losowych w postaci jawnej, na uzyskiwanie pewnych charakterystyk liczbowych istotnych z praktycznego punktu widzenia m.in. wartości średniej liczby zgłoszeń, średnich wartości czasu oczekiwania, przebywania i okresu zajętości czy średniej wartości objętości sumarycznej, a także momentów wyższych rzędów analizowanych zmiennych losowych. Tutaj bardzo dobrym przykładem jest model systemu $M/G/1/\infty$, w którym rozkład liczby zgłoszeń w systemie jest opisany poprzez funkcję tworzącą (wzór Pollaczka - Chinczyna), a czas oczekiwania, przebywania i okres zajętości są przedstawione w terminach przekształceń Laplace'a - Stieltjesa. Aby uzyskać wartości momentów zmiennej losowej określającej stacjonarną liczbę zgłoszeń należy obliczać pochodne funkcji tworzącej $R(z)$ w punkcie $z = 1$, natomiast dla pozostałych wspomnianych charakterystyk, ich momenty są możliwe do uzyskania na podstawie obliczania pochodnych przekształceń Laplace'a - Stieltjesa $\alpha(q)$ tym razem w punkcie $q = 0$, co wynika z podstawowych własności tych przekształceń.

I tu pojawia się pewien problem obliczeniowy. Funkcje te, dla większości omawianych modeli kolejkowych, są funkcjami wymiernymi złożonymi zawierającymi inne przekształcenia, których pochodne dla odpowiednio $z = 1$ lub $q = 0$ mają zerowe liczniki i mianowniki. Z uwagi na analityczność tych funkcji w całej swojej dziedzinie możemy przejść do obliczania granic tych pochodnych przy $z \rightarrow 1$ (lub $q \rightarrow 0$) (na podstawie założenia o istnieniu warunków stacjonarnych wiemy też, że granice te istnieją), co prowadzi nas do

konieczności zastosowania reguły de l' Hospitala, czasem wielokrotnie, co wymaga długich i żmudnych obliczeń (każde ponowne zastosowanie reguły de l' Hospitala daje w wyniku bardziej złożoną funkcję wymierną) i powoduje, że uzyskanie finalnych wyników jest procesem długim (regułę de l' Hospitala używamy wielokrotnie dopóki mianownik uzyskanej funkcji wymiernej stanie się niezerowy, a następnie musimy wielokrotnie upraszczać otrzymane liczniki i mianowniki wykonując długie serie podstawień opartych o własności funkcji tworzących lub przekształceń Laplace'a - Stieltjesa), a w przypadku bardziej skomplikowanych funkcji nawet niemożliwym do ukończenia.

Problem ten można jednak łatwo rozwiązać z użyciem pakietów algebry komputerowej, odpowiednio planując obliczenia, co można opisać **poprzez poniższy autorski algorytm:**

1. Definiujemy funkcję $R(z)$ lub $\alpha(q)$.
2. Obliczamy pochodną danego rzędu funkcji $R(z)$ lub $\alpha(q)$.
3. Z uzyskanego wyniku wydzielamy osobno licznik i mianownik.
4. Obliczamy wielokrotnie pochodną mianownika do momentu, aż jego wartość stanie się niezerowa w punkcie $z = 1$ lub $q = 0$, taki sam krok wykonujemy osobno dla licznika (z uwagi na analityczność funkcji $R(z)$ oraz $\alpha(q)$ mamy pewność, że niezerowa wartość mianownika pociąga jednoczesną niezerową wartość licznika danego wyrażenia, dodatkowo sama postać mianownika często sugeruje ilość koniecznych powtórzeń zastosowania reguły de l' Hospitala).
5. Wykonujemy serię podstawień, które upraszczają licznik i mianownik w oparciu o własności przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa lub funkcji tworzącej, a następnie przedstawiamy wynik w postaci maksymalnie uproszczonej - tu przydaje się (czasem wielokrotne) stosowanie polecenie **FullSimplify**.

W omawianej pracy przedstawione są dwa przykłady bezpośredniego zastosowania algorytmu, w przykładzie 1 wyznaczono wartość średnią liczby zgłoszeń w trybie stacjonarnym dla systemu $M/G/1/\infty$ (w oparciu o wzór na funkcję tworzącą liczby zgłoszeń - wzór Pollaczka - Chinczyna), natomiast w przykładzie 2 również dla tego systemu obliczono wartości pierwszych dwóch momentów czasu oczekiwania przy założeniu dyscypliny FIFO (w oparciu o przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa czasu oczekiwania). Natomiast w przykładzie 3 zastosowano algorytm pośrednio do wyznaczenia pierwszych dwóch momentów stacjonarnego okresu zajętości, jego bezpośrednie zastosowanie nie jest w tym przypadku możliwe, gdyż przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa okresu zajętości nie ma postaci jawnej (jest rozwiązaniem pewnego uwikłanego równania), co jednak nie przeszkadza w wykonaniu operacji różniczkowania obu stron równania i uzyskania w efekcie końcowym wartości momentów okresu zajętości (tu też kluczowe jest wykonanie serii odpowiednich podstawień i wykorzystanie własności przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa czasu oczekiwania). Wyniki zastosowania algorytmu przedstawiono szczegółowo na rysunkach 3 - 5.

3. Problem wyznaczania splotów według Stieltjesa (punkt 4.3).

W wielu wynikach końcowych dotyczących charakterystyk stacjonarnych analizowanych systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości pojawiają się sploty według Stieltjesa k-tego

rzędu dystrybuanty objętości zgłoszenia (przykładem jest wzór na rozkład liczby zgłoszeń w modelu należącym do drugiej klasy typu $M/M/n/(m/V)$). Ponieważ definicja splotu jako dystrybuanty sumy niezależnych zmiennych losowych (w tym przypadku mających ten sam rozkład) jest bardzo niewygodna z obliczeniowego punktu widzenia (jest to definicja rekurencyjna), bardzo rzadko jest możliwe uzyskanie ogólnych formuł wyrażających sploty w postaci jawnej nawet dla prostych rozkładów prawdopodobieństwa - tu dobrym przykładem jest rozkład jednostajny, dla którego wyznaczenie splotu dowolnego rzędu jest dość skomplikowane, gdy oprzemy się jedynie na definicji splotu.

W omawianej pracy zaproponowałem następujący algorytm obliczania splotów z wykorzystaniem pakietów algebry komputerowej:

1. Obliczamy przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa $\alpha(q)$ danej dystrybuanty (dla której chcemy uzyskać wzór na splot w postaci jawnej).
2. Podnosimy uzyskane wyrażenie do potęgi danego rzędu (rząd splotu k), uzyskując w ten sposób przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa splotu $[\alpha(q)]^k$ (wykorzystujemy tu znaną własność przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa).
3. Dzielimy uzyskane w punkcie 2 wyrażenie przez zmienną niezależną uzyskując przekształcenie Laplace'a splotu $\frac{[\alpha(q)]^k}{q}$.
4. Odwracamy uzyskane w punkcie 3 przekształcenie Laplace'a splotu używając wbudowanej funkcji **InverseLaplaceTransform** (środowisko *Mathematica*).

Należy podkreślić, że zaproponowany algorytm oczywiście pozwala uzyskiwać wzory przy ustalonym rzędzie splotu, jednak jego zastosowanie dla kilku wartości rzędów pozwala na przewidzenie ogólnej postaci splotu dowolnego rzędu, którą to postać można często udowodnić indukcyjnie. Opisana metoda pozwala oczywiście również wyznaczać sploty różnych dystrybuant zmiennych losowych nieujemnych, co ma też duże znaczenie teoretyczne poza dziedziną teorii kolejek.

Ilustracją algorytmu w omawianej pracy jest przykład 4, w którym wyznaczono sploty drugiego oraz trzeciego rzędu rozkładu jednostajnego na przedziale $[a, b]$, a także przedstawiono wzór ogólny wynikający z obliczeń (wzór 15), który uzyskałem w oparciu o ten algorytm w trakcie pracy nad rozprawą doktorską. Wyniki obliczeń są przedstawione na rysunku 6.

4. Wykorzystanie reguły de l' Hospitala dla funkcji jednej zmiennej do uzyskiwania charakterystyk objętości sumarycznej dla systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości (punkt 5.1).

Głównym celem analizy systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości jest wyznaczanie charakterystyk objętości sumarycznej (przynajmniej w warunkach stacjonarnych). Najlepiej byłoby mieć możliwość uzyskania dystrybuanty objętości sumarycznej w postaci jawnej (taki wynik jest bardzo ważny dla modeli z trzeciej klasy), jednak w większości przypadków otrzymujemy jedynie przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa objętości sumarycznej $\delta(s)$, na podstawie którego możemy otrzymywać praktyczne charakterystyki numeryczne (np. momenty tej zmiennej losowej). Jednak tu również spotykamy się z problemem występowania nieoznaczoności we wzorach na pochodne tego przekształcenia w punkcie

$s = 0$ i ponownie jesteśmy zmuszeni do wykorzystania algorytmu opisanego w punkcie 4.2 omawianego artykułu. Jednak w tym przypadku obliczenia są nieco bardziej skomplikowane, ponieważ we wzorze na przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa objętości sumarycznej pojawiają się dwuwymiarowe przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa czasu obsługi i objętości zgłoszenia, a to prowadzi do jeszcze trudniejszego procesu uzyskiwania wyników końcowych (dłuższe i bardziej skomplikowane serie podstawień, konieczność wielokrotnego stosowania reguły de l' Hospitala oraz wykorzystanie własności dwuwymiarowego przekształcenia wektora losowego zawierającego składowe w postaci czasu obsługi i objętości zgłoszenia), który może być dla trudniejszych modeli niewykonalny bez pomocy pakietów algebry komputerowej.

Przykładowe postępowanie zaprezentowano w przykładzie 7, którego celem było pokazanie możliwości zastosowania algorytmu do wyznaczenia pierwszych dwóch momentów objętości sumarycznej dla systemu typu $M/G/1/\infty$ z nieograniczoną objętością sumaryczną i czasem obsługi zależnym od objętości zgłoszenia. Przebieg obliczeń przedstawiono na rysunku 7. **Podkreślimy, że na rysunku przedstawiono jedynie cząstkowe wyniki obliczeń, cały ukryty przebieg obliczeń zawiera setki skomplikowanych linijek!**

5. Wykorzystanie uogólnionej reguły de l' Hospitala dla funkcji wielu zmiennych do uzyskiwania charakterystyk wektora objętości sumarycznej dla systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z sektoryzacją pamięci buforowej (punkt 5.2).

Wprowadzenie przeze mnie nowych modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z sektoryzacją pamięci buforowej pozwoliło na analizę wielu praktycznych systemów informatycznych, jednak postawiło przede mną wiele nowych problemów obliczeniowych z uwagi na konieczność wprowadzenia wielowymiarowych uogólnień pewnych matematycznych pojęć (przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa, splot według Stieltjesa). Ponieważ w modelach tych objętość sumaryczna jest wektorem, pojawiła się naturalna konieczność obliczania momentów mieszanych objętości sumarycznej, co jest związane z obliczaniem pochodnych mieszanych wielowymiarowego przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości sumarycznej w punkcie $(0, \dots, 0)$. Niestety dla wielu modeli, szczególnie w przypadku nieograniczonej objętości sumarycznej i nieskończonej kolejki (np system $M/G/1/\infty$ i jego uogólnienia), tak jak w przypadku jednowymiarowym (omawianym w punkcie 4.2 artykułu), liczniki i mianowniki tych pochodnych (zwykle mamy do czynienia z funkcjami wymiernymi) zerują się w punkcie $(0, \dots, 0)$. Dlatego musimy przejść do obliczania granic i zastosować pewien mechanizm pozbywania się tej nieoznaczoności.

Podczas próby rozwiązania tego problemu zapoznałem się z kilkoma pracami dotyczącymi uogólnienia reguły de l' Hospitala na funkcje wielu zmiennych (m.in. prace V. Ivleva: „Indeterminate forms of many variables functions. part I” oraz „Indeterminate forms of many variables functions. part II” z lat 2002 - 2003). Przedstawiony algorytm uogólnienia reguły de l' Hospitala dla funkcji wielu zmiennych nie jest taki prosty jak w przypadku funkcji jednej zmiennej, ponieważ istnieje wiele wariantów możliwych rozwiązań, a same granice mogą nawet często nie istnieć. Jednak okazało się, że z przedstawionych w artykułach rozważań wynika, że jeśli granica istnieje i jest skończona, to istnieje efektywny algorytm jej obliczania polegający na cyklicznym obliczaniu pochodnych licznika i mianownika po kolejnych zmiennych niezależnych (do wyczerpania się permutacji tych zmiennych, potem

proces zaczynamy od nowa) do momentu aż mianownik stanie się niezerowy (czyli na przykład w przypadku dwóch zmiennych pochodną liczymy cyklicznie po zmiennych $x, y, x, y, x, \dots$), przy czym kolejność zmiennych w permutacjach nie ma znaczenia.

Ta obserwacja pozwoliła na sformułowanie algorytmu obliczania momentów mieszanych wektora objętości sumarycznej w oparciu o wielowymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa, który przedstawiam poniżej. Oczywiście tu również z uwagi na ogromną złożoność obliczeń (mamy do czynienia z funkcjami wielu zmiennych) musimy wykorzystać pakiety algebry komputerowej). Oto kolejne kroki algorytmu:

1. Definiujemy funkcję wielowymiarowego przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości sumarycznej $\delta(s_1, \dots, s_n)$.
2. Obliczamy pochodną mieszaną odpowiedniego rzędu tego przekształcenia.
3. Z uzyskanego wyniku wydzielamy osobno licznik i mianownik.
4. Obliczamy wielokrotnie pochodne cząstkowe mianownika po kolejnych zmiennych niezależnych $s_1, s_2, \dots, s_n, s_1, s_2, \dots, s_n, \dots$ do momentu, aż jego wartość stanie się niezerowa w punkcie $(0, \dots, 0)$, taki sam krok wykonujemy osobno dla licznika.
5. Wykonujemy serię podstawień, które upraszczają licznik i mianownik w oparciu o własności wielowymiarowego przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa wektora składającego się ze wszystkich składowych objętości zgłoszenia oraz czasu jego obsługi, a następnie przedstawiamy wynik w postaci maksymalnie uproszczonej - tu również wykorzystujemy polecenie **FullSimplify**.

Jako ilustrację wprowadzonego algorytmu zaprezentowano w artykule obliczenia związane z wyznaczaniem wartości momentu mieszanego rzędu $(1 + 1)$ wektora objętości sumarycznej dla jednoliniowego systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości z czasem obsługi zależnym od objętości zgłoszenia (typu $M/G/1/\infty$) oraz sektoryzowaną pamięcią buforową składającą się z dwóch sektorów. Szczegółowe obliczenia (a w zasadzie wyniki końcowe cząstkowych obliczeń tego skomplikowanego procesu) przedstawiono na rysunku 8.

6. Problem wyznaczania splotów według Stieltjesa wektorów losowych oraz wykorzystanie uogólnionej funkcji gęstości prawdopodobieństwa (punkt 5.3).

W przypadku modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości należących do drugiej klasy (czas obsługi niezależny od objętości zgłoszenia, ograniczona objętość sumaryczna) z dodatkową sektoryzacją pamięci buforowej mamy do czynienia ze wzorami (m. in. wzór na rozkład liczby zgłoszeń czy prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia w warunkach stacjonarnych), w których pojawiają się sploty według Stieltjesa k -tego rzędu dystrybuant wektora objętości zgłoszenia. Obliczanie tych splotów (podobnie jak w przypadku jednowymiarowym) na podstawie definicji jest bardzo skomplikowane, a dodatkowo należy wziąć pod uwagę charakter zależności pomiędzy poszczególnymi składowymi wektora objętości zgłoszenia, która to zależność wpływa na wynik końcowy.

W pracy zaproponowałem następujący algorytm rozwiązania tego problemu (który jest uogólnieniem algorytmu przedstawionego w punkcie 4.3, w pracy zaprezentowany dla pewnego szczególnego przypadku, choć algorytm jest poprawny w ogólnym przypadku):

1. Wyznaczamy wielowymiarowe przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości zgłoszenia $\alpha(s_1, \dots, s_n)$.
2. Podnosimy uzyskane wyrażenie do potęgi danego rzędu (rzęd splotu k), uzyskując w ten sposób przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa splotu $[\alpha(s_1, \dots, s_n)]^k$ (wykorzystujemy tu znaną własność wielowymiarowego przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa).
3. Dzielimy uzyskane w punkcie 2 wyrażenie przez iloczyn zmiennych niezależnych uzyskując przekształcenie Laplace'a splotu $\frac{[\alpha(s_1, \dots, s_n)]^k}{s_1 \cdot s_2 \cdot \dots \cdot s_n}$.
4. Odwracamy uzyskane w punkcie 3 przekształcenie Laplace'a splotu używając wbudowanej funkcji **InverseLaplaceTransform** (działa poprawnie również przy wielowymiarowych przekształceniach Laplace'a).

Niestety tu pojawia się kolejny problem. Wyznaczenie wielowymiarowego przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości zgłoszenia (punkt 1 algorytmu) nie zawsze jest łatwe, a sama formuła zależy od charakteru zależności między składowymi tego wektora. Jednak w przypadku realnych systemów informatycznych, najczęściej mamy do czynienia z dwoma sytuacjami:

- 1) wszystkie składowe wektora objętości są niezależne;
- 2) wszystkie składowe wektora objętości poza ostatnią są niezależne, a ostatnia składowa jest proporcjonalna do sumy pozostałych składowych wektora.

W pierwszym przypadku przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa danego wektora losowego jest iloczynem przekształceń jego składowych i tu sytuacja jest dość prosta, ponieważ sprowadza się w efekcie do zastosowania jednowymiarowego algorytmu dla poszczególnych składowych i obliczenie iloczynu uzyskanych wyników (wtedy wielowymiarowy splot według Stieltjesa wektora losowego jest iloczynem splotów jego składowych).

Dużo ciekawszy jest drugi przypadek, ponieważ do wyznaczenia przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa danego wektora losowego wykorzystujemy uogólnienie funkcji gęstości prawdopodobieństwa omówione w artykule w punkcie 3.6 (wykorzystujące dystrybucję Diraca). Istotnie, w przypadku zmiennych losowych dyskretnych X przyjmujących wartości x_i z prawdopodobieństwami p_i , dystrybucję takiej zmiennej losowej można przedstawić w postaci sklejenia funkcji stałych lub inaczej jako sumę lewostronnie ciągłych wersji funkcji Heaviside'a $H(x)$, dokładniej:

$$F(x) = \sum_i p_i H(x - x_i).$$

Wówczas rozważając w sensie szerszym pojęcie pochodnej (dla dystrybucji, wtedy dystrybucja Diraca $\delta(x)$ jest pochodną funkcji Heaviside'a), możemy wprowadzić uogólnione pojęcie gęstości (dla zmiennych dyskretnych), w następujący sposób:

$$f(x) = \sum_i p_i \delta(x - x_i).$$

Wyznaczenie przekształcenia Laplace'a - Stieltjesa wektora objętości w tym przypadku wymaga właśnie takiego podejścia i wykorzystania uogólnionej funkcji gęstości. W efekcie końcowym (wykorzystując własność gęstości $\int_0^\infty f(u) du = 1$) otrzymujemy równość

$$\alpha(s_1, \dots, s_n) = \prod_{i=1}^{n-1} \varphi_i(s_i + cs_n), \text{ gdzie } \varphi_i(s) \text{ jest przekształceniem Laplace'a - Stieltjesa } i\text{-tej}$$

składowej wektora objętości zgłoszenia. Szczegółowe obliczenia dla przypadku trójwymiarowego są przedstawione we wzorach (18) - (20). Jest jasne, że ten sposób postępowania można uogólnić na przypadek dowolnej ilości składowych wektora objętości zgłoszenia.

W dalszej części tego punktu przedstawiono sposób realizacji zaproponowanego algorytmu w przypadku, gdy wektor objętości zgłoszenia składa się z trzech składowych, z których dwie pierwsze są niezależne i mają rozkłady wykładnicze z różnymi parametrami, a ostatnia składowa jest proporcjonalna do ich sumy. Obliczenia z wykorzystaniem środowiska *Mathematica* są zaprezentowane na rysunku 10.

Podsumowując zawartość merytoryczną tej pracy, należy podkreślić, że jest to pierwsza praca, która w sposób tak kompleksowy prezentuje możliwości wykorzystania pakietów algebry komputerowej do uzyskiwania kluczowych charakterystyk działania systemów kolejkowych, zarówno w ujęciu klasycznym jak i ich uogólnień, czyli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości. W artykule zaprezentowano wiele nowych algorytmów obliczeniowych, które pozwalają na prowadzenie skomplikowanych obliczeń symbolicznych, które nie byłyby możliwe do ukończenia bez wykorzystania tych algorytmów i użycia dodatkowo ogromnych możliwości pakietów algebry komputerowej. Co więcej, efekty wieloletniej pracy autora, zaprezentowane w pracy, mogą znacznie ułatwić pracę innym naukowcom, którzy dzięki przedstawionym algorytmom mogą w łatwiejszy i wygodniejszy sposób uzyskiwać nowe wyniki naukowe z zakresu teorii kolejek i nie tylko (np. algorytm znajdowania prawdopodobieństw końcowych łańcuchów Markowa, używanych również w innych działach matematyki stosowanej).

Praca niepodważalnie wnosi istotny wkład w rozwój przynajmniej dwóch dyscyplin naukowych, po pierwsze informatyki technicznej i telekomunikacji z uwagi na zastosowanie przedstawionych metod do analizy klasycznych systemów kolejkowych i ich uogólnień, czyli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości (te mają ogromne znaczenie dla modelowania i analizy realnych systemów telekomunikacyjnych i informatycznych, o czym jest mowa we wstępie do przeglądu artykułów), ale także matematyki (w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych) - przedstawione algorytmy zawierają zaawansowane techniki obliczeniowe oparte o pewne uogólnienia matematycznych pojęć (m.in. uogólniona reguła de l' Hospitala dla funkcji wielu zmiennych, uogólnione pojęcie gęstości dla zmiennych losowych, które nie są absolutnie ciągłe czy pojęcie wielowymiarowego splotu według Stieltjesa) i są propozycją rozwiązania trudnych problemów obliczeń symbolicznych, które mogą być prowadzone również w innych dziedzinach nauki.

Praca [10]

Oleg Tikhonenko, Marcin Ziółkowski – „MX/G/1/oo single-server queueing system with random volume customers and multiple vacations”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences*, vol. 72, no. 5 (2024) (article i.d. e150813), DOI: 10.24425/bpasts.2024.150813 (ministerialny wykaz czasopism punktowanych, 100 pkt).

Ostatni z cyklu przedstawionych do oceny artykułów jest związany z kolejną analizą systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości i zawodnym serwerem, który może wielokrotnie przerywać swoją pracę w chwilach, gdy w systemie nie są obecne zgłoszenia (konieczność naprawy, okresowego wyłączenia w celu konserwacji lub na przykład oszczędzania energii) na pewien losowy czas (czas ten jest określony przez dystrybuantę dowolnej zmiennej losowej nieujemnej), podczas którego jednak przybywające zgłoszenia zajmują pamięć, która w tym przypadku jest nieograniczona. Tym razem szczegółowej analizie został poddany system jednoliniowy z nieskończoną kolejką i grupowym mechanizmem przybywania zgłoszeń (zgłoszenia przybywają w grupach o losowym rozmiarze), a czas pomiędzy sąsiednimi chwilami przybywania grup zgłoszeń ma rozkład wykładniczy. Zakładamy przy tym, że zgłoszenia mają pewną losową długość, a czas obsługi w ogólnym przypadku jest zależny od ich objętości (co jest wyrażone poprzez dwuwymiarową dystrybuantę łączną czasu obsługi i objętości zgłoszenia).

Artykuł jest wynikiem wspólnej pracy obu autorów. Pomysłodawcą modelu jest tu prof. Oleg Tikhonenko, on zaproponował główne jego założenia oraz nakreślił aspekt metodologiczny jego analizy. Pierwszy autor udowodnił również twierdzenie 1, czyli wzór na stacjonarną liczbę zgłoszeń w omawianym systemie (wzór (1)), używając alternatywnego podejścia, wzór ten jest wynikiem ogólnie znanym w klasycznej teorii kolejek, jednak sposób jego udowodnienia jest inny i używa nieco prostszych sposobów uzyskania wzoru.

Mój wkład w uzyskanie głównych wyników to przede wszystkim udowodnienie twierdzenia 2, czyli wzoru na przekształcenie Laplace’a - Stieltjesa stacjonarnej objętości sumarycznej (wzór (33)), co w zasadzie jest najważniejszym celem tej pracy. Przy dowodzeniu formuły wyrażonej wzorem (33) wykorzystałem najpierw wzór na prawdopodobieństwo całkowite w postaci całkowitej (wzór (34)), następnie zastosowałem przekształcenie Laplace’a - Stieltjesa do obu stron uzyskanego w ten sposób równania (w efekcie otrzymałem wzór (35)), wykorzystałem pewne istotne własności przekształcenia Laplace’a - Stieltjesa warunkowej dystrybuanty objętości zgłoszenia (wzór (36)) oraz ogólne własności przekształcenia Laplace’a - Stieltjesa, a także pewne wyniki częściowe dowodu twierdzenia 1 (wzory (24) oraz (30)).

Należy tu podkreślić, że otrzymany wzór (33) jest bardzo skomplikowany i uzyskanie kluczowych charakterystyk, czyli pierwszych dwóch momentów objętości sumarycznej w warunkach stacjonarnych (które są obliczane na podstawie obliczania pochodnych) wymaga wykorzystania technik opartych o własne algorytmy obliczeń (m.in. wielokrotne stosowanie reguły de l’Hospitla dla niezwykle złożonych funkcji wymiernych jednej zmiennej z wykorzystaniem pakietów algebry komputerowej - algorytm został opisany w omawianej wcześniej pracy [9]). W stosunku do wersji systemu jednoliniowego obsługi zgłoszeń o losowej objętości $M/G/1/oo$, tutaj wzory są znacznie bardziej skomplikowane z uwagi na założenie o grupowym przybywaniu zgłoszeń i wprowadzenie dodatkowego

mechanizmu wakacji (przerw w pracy serwera). Jednak z pomocą wspomnianych algorytmów, zadanie zostało wykonane i efektem są ogólne wzory na dwa pierwsze momenty objętości sumarycznej - wzory (39) oraz (40). Szczególnie postać drugiego z nich pokazuje poziom skomplikowania procesów uzyskania tych wzorów. Z ogólnego wzoru otrzymałem też wzory w przypadku szczególnym, gdy przybywający strumień zgłoszeń jest pojedynczy (przybywające grupy zawierają tylko jedno zgłoszenie) - tu wzory są nieco prostsze (wzory 41) -(43)).

W dalszej części artykułu samodzielnie przeprowadziłem analizy działania systemu dla pewnych przypadków szczególnych. Analizy te zakładały pojedynczości strumienia wejściowego i były skoncentrowane na następujących sytuacjach:

1. Czas obsługi, objętość zgłoszenia i czas wyłączenia serwera (naprawy, konserwacji serwera) mają rozkład wykładniczy i są niezależne.

Dla tego przypadku szczególnego, udało się uzyskać wzór na przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa objętości sumarycznej (wzór (45)), wzory na pierwsze dwa momenty stacjonarnej objętości sumarycznej (wzory (47, 48)). Co jednak bardzo istotne, uzyskano też bardzo cenny wynik, mianowicie wzór na jawną postać dystrybuanty stacjonarnej objętości sumarycznej (metodą odwrócenia przekształcenia Laplace'a) - wzór (46). Dodatkowo zaprezentowano pewne obliczenia numeryczne dla ustalonych parametrów rozkładów czasu obsługi, objętości zgłoszenia i czasu naprawy serwera oraz przedstawiono je na trójwymiarowym wykresie (tabela 1, wykres 1).

Dodatkowo pokazano możliwości wykorzystania otrzymanych wyników do uzyskiwania oszacowań charakterystyk utrat informacji (prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia) w systemach o takim samym kształcie, lecz z ograniczoną objętością sumaryczną. Oszacowania te (oparte o wzór (49)), w tym przypadku są dość dobre, ponieważ nie ma konieczności aproksymacji dystrybuanty objętości sumarycznej w systemie z nieograniczoną objętością sumaryczną z użyciem funkcji gamma (mamy jawną postać dystrybuanty objętości sumarycznej). Obliczenia związane z obliczaniem prawdopodobieństwa utraty są przedstawione w tabeli 2 i zilustrowane na wykresie 2.

2. Czas obsługi, objętość zgłoszenia i czas wyłączenia serwera (naprawy, konserwacji serwera) mają rozkład wykładniczy, przy czym czas obsługi jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia (czas naprawy nie zależy oczywiście od czasu obsługi zgłoszenia oraz objętości zgłoszenia).

W tej sytuacji uzyskano również wzory na przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa objętości sumarycznej (wzór (51)), wzory na dwa pierwsze momenty tej zmiennej losowej (wzór (54) oraz wykorzystanie ogólnego wzoru (43) przy odpowiednich podstawieniach wynikających z własności wektora dwuwymiarowego czasu obsługi i objętości zgłoszenia, w którym objętość ma rozkład wykładniczy, a czas obsługi jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia). Uzyskano również niezwykle cenny wzór na jawną postać dystrybuanty objętości sumarycznej w warunkach stacjonarnych (wzory (52, 53)). W dalszym ciągu rozważań zaprezentowano także obliczenia numeryczne dla ustalonych parametrów rozkładów czasu obsługi, objętości zgłoszenia i czasu naprawy serwera oraz przedstawiono je na trójwymiarowym wykresie (tabela 3, wykres 3), a także ponownie pokazano możliwość

wykorzystania uzyskanych wyników do obliczania oszacowań charakterystyk informacji (tabela 4, wykres 4).

Wszystkie obliczenia zawarte w części pracy dotyczącej analizy przypadków szczególnych modelu zostały przeprowadzone przeze mnie samodzielnie. Przeprowadzono dodatkowo dyskusję dotyczącą wpływu parametrów rozkładu objętości zgłoszenia oraz rozkładu czasu przerwy w działaniu serwera na charakterystyki objętości sumarycznej (w przypadku braku jej ograniczenia) oraz prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia (gdy analizujemy systemy o ograniczonej objętości sumarycznej).

W końcowej części pracy zaproponowałem też uogólnienie przedstawionego modelu na przypadek systemów o sektoryzowanej pamięci buforowej (autorska dziedzina moich badań) oraz omówiłem sposób uzyskania charakterystyk wektora objętości sumarycznej w takim przypadku.

Należy także podkreślić, że jestem również samodzielnym autorem części wstępnej artykułu, w której zaprezentowano tło badań (z adekwatnym odniesieniem do pozycji bibliograficznych) oraz uzasadniono konieczność wprowadzenia modelu oraz jego praktyczny charakter. Byłem także redaktorem wszystkich wersji manuskryptu i dokonywałem wszelkich jego korekt merytorycznych i językowych. Stąd mój wkład w powstanie artykułu jest w tym przypadku przeważający.

Podsumowując przedstawiony artykuł, należy stwierdzić, że wnosi on istotny wkład w rozwój teorii systemów zgłoszeń o losowej objętości (a tym samym w rozwój dyscypliny naukowej informatyka techniczna i telekomunikacja), wprowadza bardzo ważny model systemu jednoliniowego z grupowym przybywaniem zgłoszeń i mechanizmem przerywania pracy serwera, który może być rozumiany jako istotne uogólnienie klasycznych modeli kolejkowych z wakacjami, a jego praktyczne wykorzystanie jest dość oczywiste. Dla wprowadzonego modelu uzyskano ważne charakterystyki, które mają natychmiastowe zastosowanie w procesie analizy i modelowania realnych systemów informatycznych (na przykład dobór potrzebnego rozmiaru pamięci buforowej na podstawie założonych charakterystyk utrat zgłoszenia).

D. Przedstawienie głównych osiągnięć naukowych mających istotny wpływ na rozwój dyscypliny naukowej informatyka techniczna i telekomunikacja

Zawartość szczegółowo omówionych w poprzednim punkcie artykułów, których byłem jedynym autorem lub współautorem o dużym wkładzie merytorycznym jest ilustracją moich osiągnięć naukowych, które wnoszą istotny wkład w rozwój teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, która jest uogólnieniem teorii kolejek i z uwagi na zastosowania w modelowaniu realnych systemów informatycznych i telekomunikacyjnych jest obecnie uznawana jako ważna subdyscyplina dyscypliny naukowej informatyka techniczna i telekomunikacja w obszarze nauk inżynieryjno - technicznych. Oto wykaz osiągnięć naukowych:

O1. Opracowanie nowych analitycznych modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z nieidentycznymi serwerami.

O2. Wprowadzenie i opracowanie nowych analitycznych modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z sektoryzowaną pamięcią buforową.

O3. Opracowanie nowych analitycznych modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z zawodnymi serwerami.

O4. Opracowanie efektywnych algorytmów obliczania istotnych charakterystyk działania klasycznych systemów kolejkowych i ich uogólnień (systemy ze zgłoszeniami o losowej objętości oraz ewentualną sektoryzacją pamięci) z nowatorskim wykorzystaniem pakietów algebry komputerowej do prowadzenia złożonych obliczeń symbolicznych wykorzystujących znane przekształcenia matematyczne i ich wielowymiarowe uogólnienia.

O5. Opracowanie praktycznych wzorów na prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia dla modeli, w których charakterystykę tę można wyznaczyć w postaci jawnej oraz algorytmów szacowania przybliżonych wartości charakterystyk utrat informacji z wykorzystaniem aproksymacji dla modeli, w których dokładne wyznaczenie tych charakterystyk nie jest możliwe.

O6. Wykazanie istotnego wpływu charakteru zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia na charakterystyki rozkładu liczby zgłoszeń oraz charakterystyki objętości sumarycznej, a także charakterystyki utrat informacji lub ich oszacowania nawet w przypadku systemów nierozróżnialnych w sensie klasycznym.

Osiągnięcia te zostaną krótko omówione poniżej.

Osiągnięcie O1.

Spośród wszystkich prac analizujących klasyczne systemy kolejkowe oraz ich uogólnienia związane z dodatkowym założeniem losowej objętości zgłoszeń stosunkowo niewiele dotyczy systemów, w których serwery nie są identyczne w kontekście charakterystyk związanych z czasem obsługi. W rzeczywistości jednak, serwery realnych systemów informatycznych lub telekomunikacyjnych mają zwykle różne charakterystyki czasu obsługi (mamy serwery szybsze i wolniejsze). Stosunkowo mały udział takich prac można jednak łatwo wytłumaczyć, systemy te są trudne do analizowania z uwagi na duży poziom skomplikowania modeli je opisujących (nawet w przypadku losowego wyboru wolnego serwera z jednakowym prawdopodobieństwem). Analiza takich modeli wymaga intuicji kombinatorycznych oraz metod analizy wykorzystujących badanie dużej liczby stanów opisujących je procesów losowych. W uogólnieniach zakładających losową objętość zgłoszeń sytuacja jest jeszcze ciekawsza, ale i bardziej skomplikowana - możemy na przykład założyć, że czas obsługi jest zależny od objętości zgłoszenia, ale na każdym serwerze rodzaj zależności jest inny (innymi słowy dystrybuanta łączna czasu obsługi i objętości zgłoszenia ma postać różną dla każdego serwera). Badanie takich modeli było zawsze w kręgu moich

zainteresowań i jestem jedną z niewielu osób, która zajmuje się modelami systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z nieidentycznymi serwerami.

W poprzednim punkcie dotyczącym przedstawienia zawartości merytorycznej prac monotematycznego cyklu publikacji szczegółowo omówione zostały prace [1], [3] oraz [8], z których każda jest związana z tematyką systemów z nieidentycznymi serwerami. Dwie z nich zostały napisane całkowicie samodzielnie przeze mnie, a trzeciej byłem pomysłodawcą i głównym twórcą. Otrzymane w tych pracach wyniki są niezwykle istotne i cenne, szczególnie że modele analizowane w każdej pracy należą do innej klasy modeli.

Uogólnienie modelu Erlanga typu $M/G/n/0$ analizowane w pracy [1] jest modelem należącym do klasy trzeciej (zakładamy że objętość sumaryczna jest nieograniczona, a czas obsługi zależy od objętości zgłoszenia). W tym przypadku uzyskane charakterystyki (między innymi wartości pierwszych dwóch momentów objętości sumarycznej w warunkach stacjonarnych) pozwalają również na oszacowanie charakterystyk utrat informacji w systemach o podobnym kształcie, lecz z ograniczoną objętością sumaryczną, dla których często otrzymanie wartości dokładnych charakterystyk utrat nie jest możliwe, co pozwala na przykład na dobór wielkości pamięci buforowej projektowanych systemów informatycznych. Zatem praca ma nie tylko aspekt teoretyczny (analiza konkretnego uogólnienia klasycznego modelu z nieidentycznymi serwerami i nieograniczoną objętością sumaryczną i uzyskanie charakterystyk dotyczących objętości sumarycznej tego konkretnego modelu), ale również praktyczny, ponieważ umożliwia uzyskiwanie oszacowań istotnych charakterystyk utrat dla systemów częściej występujących w realnych sytuacjach (systemów z nieidentycznymi serwerami o ograniczonej objętości sumarycznej i czasem obsługi zależnym od objętości zgłoszenia). W pracy [3] został przeanalizowany niezwykle trudny pod względem matematycznym model należący do klasy czwartej (objętość sumaryczna ograniczona, czas obsługi zależy od objętości zgłoszenia). Modele należące do tej klasy są analizowane niezwykle rzadko. W tym przypadku uzyskano wzór jawny na rozkład liczby zgłoszeń w warunkach stacjonarnych oraz formułę pozwalającą obliczać prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia. Oba te wyniki są niezwykle cenne z uwagi na możliwość ich natychmiastowego zastosowania w procesie analizy i projektowania realnych systemów informatycznych, w których nie występuje kolejka, a serwery mają różne charakterystyki czasu obsługi, który jest zależny od objętości zgłoszenia. Natomiast w pracy [8] zaprezentowano analizę modelu systemu należącego do klasy drugiej (objętość sumaryczna ograniczona, czas obsługi niezależny od objętości zgłoszenia) z nieidentycznymi serwerami (dodatkowo mamy też sektoryzowaną pamięć buforową). Istotnym elementem pracy jest szczegółowy dowód wzoru na stacjonarny rozkład liczby zgłoszeń w systemie. Wyprowadzono też formułę na prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia. W przypadku realnych systemów informatycznych czasem można pominąć zależność czasu obsługi i objętości zgłoszenia lub zależność ta jest nieistotna, w takich sytuacjach wprowadzony model można stosować z powodzeniem.

W moim odczuciu opracowanie kilku istotnych nowych modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z nieidentycznymi serwerami jest istotnym wkładem w rozwój całej teorii kolejek, co wpływa także na rozwój dyscypliny naukowej informatyka techniczna i telekomunikacja. Modele takie uzasadniają ogromne znaczenie teorii kolejek oraz możliwość wykorzystania modeli kolejkowych i ich istotnych nowych uogólnień do rozwiązywania ważnych praktycznych zagadnień związanych z analizą systemów informatycznych o stochastycznym charakterze działania.

Osiągnięcie O2.

Rozwój informatyki w ostatnich dwudziestu latach spowodował pojawienie się wielu nowych zagadnień i problemów, w szczególności w związku z rozwojem i upowszechnieniem się sieci komputerowych (w szczególności sieci Internet). Przesyłane pakiety danych przestały być jednorodne i obecnie często składają się z wielu części, które przechowują różne rodzaje danych (tu dobrym przykładem są pakiety danych audiowizualnych). Zatem objętość zgłoszenia musi być w wielu przypadkach rozumiana jako wielowymiarowy wektor, a różne rodzaje danych są również zapisywane w różnych sektorach pamięci buforowych systemów informatycznych, objętość sumaryczna zgłoszeń jest w takim przypadku również wektorem. Ta obserwacja doprowadziła do powstania nowych modeli uwzględniających wspomnianą wielowymiarowość objętości zgłoszenia. Tutaj zdecydowanie jestem prekursorem tej tematyki, wprowadziłem samodzielnie pojęcie sektoryzowanej pamięci buforowej i rozpocząłem pracę nad tworzeniem wielu modeli z sektoryzacją pamięci buforowej. Jest to bardzo młoda i nowatorska dziedzina badań, pierwsza praca została opublikowana przeze mnie w roku 2018 w materiałach konferencyjnych międzynarodowej konferencji naukowej konferencji *Computer Networks* 2018, która odbywała się w Gliwicach. W przedstawionym do oceny cyklu publikacji aż trzy prace są w całości poświęcone takim modelom (prace [6-8]), a ich wynikiem jest powstanie w sumie pięciu nowych modeli, natomiast prace [9-10] również częściowo do tej tematyki nawiązują. Mój większościowy wkład do wszystkich prac dotyczących tej tematyki oraz udział w zainicjowaniu dyskusji na temat został szczegółowo omówiony w punkcie dotyczącym prezentacji artykułów.

Analiza modeli z sektoryzacją pamięci buforowej doprowadziła nie tylko do uzyskania istotnych nowych wyników naukowych (wzory na charakterystyki rozkładu liczby zgłoszeń oraz objętości sumarycznej zgłoszeń w trybie stacjonarnym czy wzory na prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia dla analizowanych modeli), ale również do pojawienia się nowych modeli, które odpowiadają bardziej realnym systemom informatycznym występującym obecnie w technice komputerowej oraz rozwiązania zupełnie nowych problemów obliczeniowych, które pojawiły się w trakcie ich analizy (chodzi tu o problemy obliczeń symbolicznych związane między innymi z wyznaczaniem wielowymiarowych splotów według Stieltjesa wektorów losowych oraz wykorzystaniem uogólnionej reguły de l' Hospitala do wyznaczania momentów mieszanych wektora objętości sumarycznej, które ostatecznie zyskały pewne nowe algorytmy ich rozwiązania z wykorzystaniem pakietów algebry komputerowej). Wydaje się, że rola tych modeli będzie rosła z upływem czasu z uwagi na ich możliwe zastosowania, a samodzielne wprowadzenie tej tematyki i opracowanie nowych modeli z sektoryzacją pamięci buforowej uważam za swoje ogromne osiągnięcie, które wnosi duży wkład w rozwój dyscypliny naukowej informatyka techniczna i telekomunikacja.

Osiągnięcie O3.

Klasyczne modele kolejkowe z tzw. „wakacjami” są modelami dobrze znanymi przez naukowców zajmujących się analizą systemów informatycznych, w których serwer może mieć przerwy w swojej pracy (założenie to jest dość praktyczne, często urządzenia są wyłączane na pewien czas lub po prostu ulegają awariom), jednak ten aspekt analizy nie

pojawia się zbyt często w przypadku systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości. Modele systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z zawodnymi serwerami są modelami stosunkowo nowymi.

Nowe modele tego typu pojawiają się w dwóch pracach, mianowicie [4] oraz [10], w których to pracach również brałem istotny udział, mając wpływ na uzyskanie wielu nowych wyników. W pierwszej pracy analizowany jest model z nieskończoną liczbą serwerów, w drugiej system jednoliniowy. W obu przypadkach zakładamy nieograniczoną objętość sumaryczną i wyznaczamy jej istotne charakterystyki, pokazując również możliwe ich wykorzystanie do szacowania charakterystyk utrat dla systemów o podobnym kształcie, lecz z ograniczoną objętością sumaryczną.

Chociaż prace te prezentują tylko dwa szczególne modele, jednak zapoczątkowują dyskusję na temat modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z zawodnymi serwerami, które to modele są niezwykle ważne w kontekście praktycznym. Wprowadzenie i analiza takich nowych modeli również jest istotnym wkładem w rozwój teorii kolejek (powstałe modele to uogólnienia klasycznych modeli „z wakacjami”), a tym samym ma wpływ na rozwój dyscypliny naukowej informatyka techniczna i telekomunikacja.

Osiągnięcie O4.

Na pierwszy rzut oka mogłoby się wydawać, że to osiągnięcie ma drugorzędne znaczenie. Jednak, jak to uzasadniłem przy omawianiu publikacji [9], algorytmy obliczeń symbolicznych wykorzystujące pakiety algebry komputerowej, które powstały na przestrzeni wielu lat mojej samodzielnej pracy nad analizowaniem systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości (a także klasycznych systemów kolejkowych) mają znaczenie fundamentalne dla uzyskiwania nowych wyników naukowych (i to nie tylko w dziedzinie teorii kolejek). Algorytmy, których jestem autorem, są wykorzystane w większości pozostałych prac przedstawionych do oceny (i wielu innych, które w cyklu się nie znalazły) i trudno wyobrazić sobie uzyskanie kluczowych wyników bez ich użycia. Co więcej publikacja tych algorytmów w pracy [9] powinna przyczynić się w przyszłości do ich popularyzacji i możliwości ich wykorzystania przez innych naukowców i powinny być one wydatną pomocą w uzyskiwaniu nowych wyników naukowych. Bardzo jaskrawym przykładem konieczności zastosowania tych algorytmów są na przykład bardzo skomplikowane wzory na drugie momenty objętości sumarycznej otrzymane w pracy [2], wyniki kluczowe dla tej pracy, których nie udało by się uzyskać nie wykorzystując tych sprytnych sposobów obliczeń wykorzystujących możliwości pakietów algebry komputerowej.

W trakcie wieloletnich badań wypracowałem między innymi następujące nowe metody obliczeń wykorzystujące pakiety algebry komputerowej:

- a) sposoby wyznaczania wartości momentów stacjonarnej objętości sumarycznej (lub momentów mieszanych w przypadku sektoryzowanej pamięci buforowej) w oparciu o zastosowanie reguły de l'Hospitala, a w przypadku systemów z sektoryzowaną pamięcią buforową o zastosowanie jej uogólnienia na funkcje wielu zmiennych;
- b) algorytmy wyznaczania spłotów według Stieltjesa zmiennych i wektorów losowych (w oparciu o odwrócenie przekształcenia Laplace'a dystrybucyjny zmiennej losowej lub wektora losowego);
- c) sposób wykorzystania uogólnionej funkcji gęstości (opartej na dystrybucji Diraca) do wyznaczania przekształceń Laplace'a - Stieltjesa dystrybucyjny wektorów losowych

- o początkowych składowych niezależnych i ostatniej składowej proporcjonalnej do sumy pozostałych składowych;
- d) algorytm wykorzystania operacji na macierzach rzadkich do wyznaczania rozkładu liczby zgłoszeń dla skomplikowanych klasycznych modeli kolejkowych z nieidentycznymi serwerami (na przykład wersja z wyborem najszybszego serwera).

Opracowane nowe algorytmy obliczeń symbolicznych są już dla mnie stałym elementem metodologii badań naukowych związanych z analizowaniem systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości (oraz czasem, dodatkowo, sektoryzowaną pamięcią buforową) i często te algorytmy wykorzystuję w pracy nad nowymi modelami. Wypracowanie algorytmów pozwoliło na przykład na uzyskiwanie wartości momentów mieszanych wektora objętości sumarycznej - charakterystyk mających niebagatelne znaczenie, ponieważ na ich podstawie można określać poziom zależności poszczególnych składowych objętości sumarycznej (np. współczynnik korelacji w przypadku dwuwymiarowym). Ogromne znaczenie wprowadzonych algorytmów obliczeń symbolicznych na rozwój teorii kolejek oraz teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości zostało już dokładnie uzasadnione podczas omawiania artykułu [9], jednak należy również podkreślić, że algorytmy te mają wpływ także na rozwój matematyki stosowanej (dziedzina obliczeń symbolicznych).

W moim odczuciu jest to moje ogromne i całkowicie samodzielne osiągnięcie, które ma wpływ na rozwój dyscyplin naukowych informatyka techniczna i telekomunikacja oraz matematyka, a w dłuższej perspektywie pozwoli wielu grupom naukowców zajmujących się szeroko pojmowaną matematyką stosowaną uzyskiwać w szybszy sposób nowe istotne wyniki naukowe związane z modelowaniem realnych procesów (ekonomicznych, technologicznych itd.).

Osiągnięcie O5.

Jednym z najważniejszych celów analizy systemów kolejkowych (zarówno w ujęciu klasycznym, jak i w ujęciu ich uogólnień zakładających losową objętość zgłoszeń) jest wyznaczanie stacjonarnych charakterystyk utrat zgłoszeń p_{LOSS} . W klasycznych systemach kolejkowych zadanie to sprowadza się (w przypadku ograniczonej liczby serwerów oraz liczby miejsc oczekiwania i braku innych ograniczeń) do wyznaczenia stacjonarnej wartości prawdopodobieństwa p_{n+m} , ponieważ utraty zgłoszeń pojawiają zwykle jedynie, gdy system obsługi ma zajęte wszystkie serwery i wszystkie miejsca oczekiwania (wtedy inne zgłoszenia do systemu nie przybywają). Historycznie rzecz ujmując, to był pierwszy problem analizowany w przypadku systemów klasycznych, którego rozwiązanie pozwalało na odpowiednią konstrukcję systemu kolejkowego, w taki sposób, aby założone z góry prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia nie było przekroczone. Pierwsze wzory, które zostały udowodnione w ramach teorii przez A. Erlanga były związane między innymi z prawdopodobieństwem odmowy połączenia w centrali telefonicznej dla prostego systemu typu $M/M/n/0$ (tzw. wzory Erlanga), które zostały też szybko uogólnione na system typu $M/G/n/0$ (o dowolnej dystrybucji czasu obsługi zgłoszenia).

Jednak w systemach obsługi zgłoszeń o losowej objętości, które są modelami dla wielu realnych systemów informatycznych mechanizm utraty jest nieco bardziej skomplikowany, zgłoszenia są również tracone także wtedy, gdy są wolne serwery lub miejsca oczekiwania (i to nawet w sytuacji nieskończonej liczby serwerów lub nieskończonej

liczby miejsc oczekiwania), ale przybywające zgłoszenie ma za dużą objętość, aby mogło zostać przyjęte do systemu (sumaryczna objętość tego zgłoszenia i innych zgłoszeń obecnych już w systemie przekracza wartość rozmiaru pamięci buforowej systemu V , oczywiście w sytuacji, gdy wartość ta jest skończona). Do wyznaczenia stacjonarnego prawdopodobieństwa utraty zgłoszenia wykorzystuje się najczęściej następującą formułę, wynikającą z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym:

$$p_{LOSS} = 1 - \int_0^V D_V(V-x) dL(x),$$

gdzie $D_V(x)$, $L(x)$ są odpowiednio stacjonarnymi dystrybucjami objętości sumarycznej zgłoszeń oraz objętości zgłoszenia, które przybywa do systemu.

Dodatkowo, dość istotną drugą charakterystyką utrat jest stacjonarne prawdopodobieństwo utraty jednostki informacji wyrażające część względną utraconej informacji (nie tylko ilości zgłoszeń, jak w przypadku prawdopodobieństwa utraty zgłoszenia), którą wyznaczamy w oparciu o następujący wzór:

$$Q_{LOSS} = 1 - \frac{1}{\varphi_1} \int_0^V x D_V(V-x) dL(x),$$

gdzie φ_1 jest wartością oczekiwaną objętości zgłoszenia.

W tym przypadku napotykamy jednak dość poważne problemy z uwagi na fakt, że wyznaczenie dystrybucyj $D_V(x)$ w postaci jawnej rzadko jest możliwe. Dlatego stosuje się tutaj dwa rozwiązania tego problemu:

1. W przypadku prostszych modeli (są to zwykle systemy, w których czas obsługi i objętość zgłoszenia są niezależne a strumień wejściowy zgłoszeń jest najprostszy lub inne systemy o znanym rozkładzie stacjonarnym p_k liczby zgłoszeń dla analizowanego systemu - zwykle modele należące do drugiej klasy lub modele bezkolejkowe należące do czwartej klasy) wykorzystuje się inny sposób obliczania prawdopodobieństwa utraty wykorzystujący tzw. równanie równowagi (średnia liczba zgłoszeń, które przybyły do systemu i nie zostały utracone w ciągu jednostki czasu jest równa średniej liczbie zgłoszeń obsłużonych w ciągu tej jednostki czasu). Przykładowo dla systemu, w którym dodatkowo czas obsługi ma rozkład wykładniczy (np. system typu $M/M/n/(m, V)$) równanie takie wygląda następująco:

$$a(1 - p_{LOSS}) = \sum_{k=1}^n k\mu p_k + n\mu \sum_{k=n+1}^{n+m} p_k.$$

Z równania tego już w sposób oczywisty można wyznaczyć stacjonarne prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia. Natomiast nie istnieje prosty analogiczny sposób wyznaczania charakterystyki Q_{loss} .

2. W przypadku modeli bardziej skomplikowanych (zwykle są to modele należące do klasy czwartej) wykorzystuje się model przybliżony, mianowicie zastępuje się dystrybuantę $D_V(x)$ stacjonarną dystrybuantą $D_\infty(x)$ objętości sumarycznej zgłoszeń dla systemu o podobnym kształcie lecz z nieograniczoną objętością sumaryczną (model z klasy trzeciej), czyli oblicza się charakterystyki:

$$p_{LOSS}^* = 1 - \int_0^V D_\infty(V-x) dL(x), \quad Q_{LOSS}^* = 1 - \frac{1}{\varphi_1} \int_0^V x D_\infty(V-x) dL(x)$$

Można łatwo wykazać, że $p_{LOSS}^* \leq p_{LOSS}$ oraz $Q_{LOSS}^* \leq Q_{LOSS}$, co powoduje że obliczane oszacowania mogą być traktowane jako estymatory wartości prawdopodobieństwa utraty zgłoszenia oraz prawdopodobieństwa utraty jednostki informacji. Co więcej, dobór wartości rozmiaru pamięci buforowej V w oparciu o te oszacowania gwarantuje, że założone prawdopodobieństwa utrat nie będą przekroczone. To potwierdza konieczność analizy na pozór mało praktycznych modeli należących do klasy trzeciej (tu objętość sumaryczna zgłoszeń jest nieograniczona, co w praktyce w zasadzie nie występuje).

Jednak tu mamy kolejny problem, dla modeli z klasy trzeciej również jawna postać dystrybuanty $D_\infty(x)$ jest rzadko możliwa do otrzymania, w rzeczywistości wyznaczamy jej przekształcenie Laplace'a - Stieltjesa. Jednak w takiej sytuacji, jeśli uda się wyznaczyć dwa pierwsze momenty objętości sumarycznej, możemy funkcję $D_\infty(x)$ lub cały spłot $\int_0^V D_\infty(V-x) dL(x)$ aproksymować z wykorzystaniem na przykład funkcji gamma, co pozwala na uzyskanie przybliżeń charakterystyk p_{LOSS}^* oraz Q_{LOSS}^* .

Wiele prac z przedstawionego do oceny przeglądu przedstawia rozwiązanie problemu wyznaczania obliczania charakterystyk utrat (lub ich oszacowań) dla analizowanych modeli. Jest to element badań, za który we wszystkich pracach odpowiadałem osobiście (z uwagi na opracowanie między innymi samodzielnych modeli, dla których ten problem jest również badany, a także opracowanie skutecznego algorytmu obliczania pierwszych dwóch momentów objętości sumarycznej z wykorzystaniem pakietów algebry komputerowej dla wielu modeli klasy trzeciej). I tak na przykład:

- w pracy [2] przedstawiono bardzo obszerną analizę dotyczącą tego zagadnienia oraz zaprezentowano obliczenia oszacowań charakterystyk utrat dla kilku wariantów jednoliniowego modelu systemu typu $M/G/1/\infty$ z czasem obsługi zależnym od objętości zgłoszenia oraz ograniczoną objętością sumaryczną, w którym zgłoszenia są podzielone na dwie klasy różniące się priorytetem obsługi, wykorzystywano tu aproksymację funkcją gamma, porównano wyniki uzyskane za pomocą wskazanej aproksymacji z wynikami uzyskanymi w wyniku symulacji komputerowej, wytłumaczono także wpływ wartości obciążenia systemu na jakość otrzymanych oszacowań (różnice między wartościami realnymi charakterystyk utrat i ich oszacowaniami), cały punkt 6 tego artykułu jest mojego autorstwa i stanowił istotną część rozprawy doktorskiej;
- w pracy [3] samodzielnie uzyskałem postać jawną wzoru na prawdopodobieństwo utraty zgłoszenia dla systemu $M/G/n/(0, V)$ z czasem obsługi zależnym od objętości zgłoszenia oraz nieidentycznymi serwerami oraz przeprowadziłem także pewne szczegółowe

- obliczenia tej charakterystyki utraty dla kilku wariantów analizowanego modelu, porównując uzyskane wyniki z wynikami uzyskanymi w oparciu o symulacje komputerowe;
- w pracy [4] pojawiła się kolejna obszerna analiza dotycząca szacowania charakterystyk utrat informacji dla systemu z nieskończoną liczbą serwerów, ograniczoną objętością sumaryczną i czasem obsługi proporcjonalnym do objętości zgłoszenia oraz zawodnymi serwerami, wykonałem samodzielnie szczegółowe obliczenia dla kilku wariantów modelu i porównałem otrzymane wyniki z wynikami uzyskanymi w procesie symulacji komputerowej badanych przypadków szczególnych modelu, prezentując również wnioski dotyczące jakości otrzymanych oszacowań;
 - w pracy [5] przedstawiono przegląd dotyczący metod wyznaczania charakterystyk utrat informacji i ich oszacowań oraz zaprezentowano szczegółowe obliczenia dla kilku klas modeli, dla których charakterystyki te są możliwe do wyznaczenia w sposób jawny oraz dla kilku, dla których uzyskujemy jedynie oszacowania tych charakterystyk, tu jestem autorem wszystkich obliczeń numerycznych i wykresów prezentujących wartości charakterystyk utrat lub ich oszacowań w punkcie 6 oraz autorem większej części omówienia teoretycznego metod obliczania charakterystyk utrat i ich oszacowań w punkcie 4;
 - w pracy [8] uzyskałem wzór na postać jawną prawdopodobieństwa utraty dla systemu wieloliniowego z nieidentycznymi serwerami oraz sektoryzowaną pamięcią buforową (czas obsługi niezależny od wektora objętości zgłoszenia) oraz samodzielnie przeprowadziłem szczegółowe obliczenia tej charakterystyki dla kilku wariantów tego modelu, dla których objętość sumaryczna składa się z dwóch lub trzech sektorów, jest to pierwsza poważna praca, w której wyznaczono charakterystyki utrat dla systemu z sektoryzowaną pamięcią buforową;
 - w pracy [9] przedstawiłem algorytmy obliczeniowe wykorzystujące pakiety algebry komputerowej do obliczania skomplikowanych pochodnych funkcji jednej zmiennej (z użyciem reguły de l'Hospitala) oraz splotów według Stieltjesa, których zastosowanie jest konieczne w procesie uzyskiwania wzorów jawnych na charakterystyki utrat oraz ich oszacowania;
 - w pracy [10] przedstawiłem samodzielne obliczenia oszacowań prawdopodobieństwa utraty zgłoszenia dla kilku przypadków szczególnych jednoliniowego systemu z czasem obsługi zależnym od objętości zgłoszenia, w którym serwer jest zawodny, a objętość sumaryczna jest ograniczona.

Uzyskanie efektywnych wzorów na obliczanie charakterystyk utrat w postaci jawnej lub ich oszacowań dla wielu klas modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości stanowi niezaprzeczalny wkład w rozwój badań z zakresu teorii kolejek, a tym samym wnosi istotny wkład w rozwój dyscypliny naukowej informatyka techniczna i telekomunikacja, a z drugiej strony daje potężne narzędzie do szacowania charakterystyk utrat realnie działających systemów informatycznych, a także wyznaczania rozmiaru niezbędnej pamięci buforowej takich systemów w fazie ich projektowania.

Osiągnięcie O6.

Wielu naukowców, którzy zajmują się tworzeniem modeli realnych systemów telekomunikacyjnych lub informatycznych stosuje klasyczne modele teorii kolejek do modelowania znacznie bardziej skomplikowanych systemów zakładających losową objętość zgłoszeń. W początkowej fazie powstawania teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości wykorzystywano niewielkie modyfikacje dobrze znanych systemów kolejkowych typu $M/M/n/m$ oraz $M/G/1/\infty$, zakładając przy tym zwykle niezależność czasu obsługi i objętości zgłoszenia lub zakładając zależność tylko na poziomie rozkładów brzegowych dwuwymiarowej dystrybuanty łącznej czasu obsługi i objętości zgłoszenia przy ograniczonym typie tej zależności (na przykład tylko proporcjonalność tych zmiennych losowych). Symulacje komputerowe pokazały błędność takiego podejścia, ponieważ wyniki teoretyczne uzyskiwane w procesie analizy tak uproszczonych modeli i wyniki uzyskane w procesie symulacji komputerowej często znacznie się różniły.

W późniejszym okresie okazało się, że wpływ typu zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia na wiele charakterystyk takich jak rozkład stacjonarny liczby zgłoszeń, charakterystyki stacjonarnej objętości sumarycznej czy charakterystyki utrat jest fundamentalny. Tu bardzo ważnym wynikiem jest uzyskane przez prof. Olega Tikhonenko uogólnienie wzoru Little'a zaprezentowane na przykład w pracy [5], które pokazuje, że wpływ typu zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia jest już widoczny nawet na poziomie stacjonarnej wartości pierwszego momentu objętości sumarycznej (we wzorze występuje moment mieszany rzędu $(1+1)$ dystrybuanty łącznej czasu obsługi i objętości zgłoszenia). Oznacza to, że dla dwóch systemów nierozróżnialnych w sensie klasycznym charakterystyki objętości sumarycznej mogą się różnić w zależności od typu wskazanej zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia. Nadal jednak wiele publikacji ten fakt pomija. W czasie swojej wieloletniej działalności naukowej, w wielu publikacjach starałem się podkreślić istotny wpływ charakteru zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia (a potem wektora objętości w publikacjach dotyczących systemów z sektoryzacją pamięci, których jestem pomysłodawcą) i spopularyzować ten ważny aspekt analizy systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości.

Omówienie wpływu zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia na charakterystyki działania systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości pojawia się w kilku pracach z omawianego cyklu publikacji:

- w artykule [1] dokonano analizy porównawczej dwóch wariantów systemów typu $M/G/n/0$ z nieidentycznymi serwerami, nieograniczoną objętością sumaryczną i ogólną zależnością czasu obsługi od objętości zgłoszenia wyrażoną dwuwymiarową dystrybuantą łączną czasu obsługi i objętości zgłoszenia różną dla każdego serwera, w pierwszym wariantcie modelu założono, że czas obsługi ma rozkład wykładniczy (różne parametry dla różnych serwerów) i jest niezależny od objętości zgłoszenia, która ma rozkład wykładniczy, a w drugim wariantcie, że czas obsługi zgłoszenia jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia ze współczynnikiem proporcjonalności różnym dla każdego serwera. Następnie parametry dobrano w taki sposób, aby systemy te były nierozróżnialne w sensie klasycznym (jednakowe charakterystyki czasu obsługi) i pokazano, że już nawet w przypadku tak prostego wariantu widać wyraźnie różnicę na poziomie pierwszych dwóch momentów objętości sumarycznej oraz wzoru na postać jawną dystrybuanty objętości sumarycznej

- (przykładowo, dla ustalonych parametrów, w drugim wariancie pierwszy moment miał wartość dokładnie dwa razy większą niż w wariancie pierwszym, w przypadku drugiego momentu też wykazano istotne różnice). Różnice w wynikach zostały również potwierdzone poprzez symulacje komputerowe.
- w pracy [3] przeanalizowano dwa przypadki szczególne modelu $M/G/n/(0, V)$ z nieidentycznymi serwerami, ograniczoną objętością sumaryczną i czasem obsługi zależnym od objętości zgłoszenia, w pierwszym przypadku porównano dwa nierozróżnialne w sensie klasycznym systemy obsługi z dwoma nieidentycznymi serwerami, w których objętość zgłoszenia i czas obsługi są określone poprzez rozkład wykładniczy (w wariantach, gdy są one niezależne oraz gdy czas obsługi jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia), w drugim przypadku przeprowadzono podobną analizę dla systemu składającego się z trzech nieidentycznych serwerów, przy czym założono, że czas obsługi i objętość zgłoszenia mają rozkład jednostajny (również w dwóch wariantach, gdy te zmienne losowe są niezależne oraz gdy czas obsługi jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia). Uzyskane wzory symboliczne oraz szczegółowe numeryczne obliczenia pokazały, że charakterystyki rozkładu liczby zgłoszeń oraz wartości prawdopodobieństw utraty zgłoszenia istotnie się różnią. Potwierdzono tym samym po raz kolejny wpływ charakteru zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia na charakterystyki systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, tym razem dla systemu o ograniczonej objętości sumarycznej;
 - w pracy [5] przedstawiono również dwa przykłady porównania par systemów obsługi nierozróżnialnych w sensie klasycznym (punkt 6), z których pierwszy system charakteryzuje się niezależnością czasu obsługi i objętości zgłoszenia, a w drugim czas obsługi jest proporcjonalny do objętości zgłoszenia. Pierwsza para systemów stanowiła dwa systemu typu $M/M/1/(oo, V)$ -EPS (model ze sprawiedliwym podziałem procesora), w drugiej parze znalazły się dwie wersje systemów jednoliniowych typu $M/M/1/(oo, V)$. Dla obu typów modeli wykazano istotne różnice w charakterystykach utrat (lub ich oszacowaniach w przypadku drugiego modelu, dla którego wyznaczenie dokładnych charakterystyk utrat, w przypadku gdy czas obsługi jest zależny od objętości zgłoszenia, nie jest możliwe). Pokazano również różnice już na poziomie pierwszych dwóch momentów objętości sumarycznej (dla drugiej pary systemów). Te obliczenia są również mojego autorstwa (przedstawiono je na odpowiednich wykresach);
 - w pracy [7] również pokazano na odpowiednio dobranej parze systemów nierozróżnialnych w sensie klasycznym (w tym przypadku dwóch wersji modeli typu $M/M/1/1$ z nieograniczoną objętością sumaryczną i czasem obsługi zależnym od objętości zgłoszenia mającym rozkład wykładniczy) zależność charakterystyk działania systemu od charakteru zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia, dla tej pary modeli otrzymano inną postać dystrybucyjności objętości sumarycznej (tu otrzymanej w postaci jawnej) oraz pokazano różnice we wzorach na pierwsze dwa momenty stacjonarnej objętości sumarycznej;
 - w pracy [10] po raz kolejny pokazano zależność charakterystyk objętości sumarycznej od charakteru zależności czasu obsługi oraz objętości zgłoszenia, tym razem dla jednoliniowego modelu z niepewnym serwerem i nieograniczoną objętością sumaryczną, porównując parę systemów nierozróżnialnych w sensie klasycznym, w tym oszacowania wartości prawdopodobieństwa utraty zgłoszenia dla pary systemów o tym samym kształcie, lecz z ograniczoną objętością sumaryczną (praktyczne modele należące do klasy czwartej).

Wszystkie omawiane przykłady (samodzielnie opracowane przeze mnie) miały potwierdzić na bazie modeli różnych typów, że wpływ charakteru zależności czasu obsługi i objętości zgłoszenia na charakterystyki działania systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości jest dość istotny i nie można go pomijać w procesie budowania nowych modeli systemów informatycznych o stochastycznym charakterze działania, a ignorowanie tego faktu może prowadzić do uzyskiwania błędnych wyników o kluczowym znaczeniu, co zresztą potwierdzają też symulacje komputerowe. Uważam te badania za znacznie poszerzające perspektywę w kontekście modelowania realnych systemów informatycznych, mające zatem ogromny wpływ na rozwój teorii kolejek i tym samym wpływające na rozwój dyscypliny informatyka techniczna i telekomunikacja.

Na koniec chciałbym dodać, że dość ważnym osiągnięciem niewymienionym tutaj jest również opracowanie modeli symulacyjnych analizowanych systemów informatycznych (wiele wyników teoretycznych zostało potwierdzonych stworzonymi samodzielnie programami komputerowymi), szczególnie ciekawe są modele symulacyjne modeli z nieidentycznymi serwerami. Jedynym powodem pominięcia tego osiągnięcia jest brak publikacji (do tej pory) algorytmów symulacyjnych, w moim odczuciu nie są one aż tak ważne (nie wnoszą wkładu w rozwój dyscypliny), jednak ich publikacja jest planowana w przyszłości z uwagi na chęć udostępnienia kolejnego narzędzia obliczeniowego dla osób, które zajmują się analizą działania lub projektowaniem systemów informatycznych, co może być cenne na przykład w kontekście analizowania modeli, dla których uzyskanie wyników w oparciu o analizę matematyczną nie jest możliwe lub sprawdzania poprawności otrzymanych wyników teoretycznych dla nowych modeli.

E. Podsumowanie

Podsumowując zaprezentowane osiągnięcia, chciałbym podkreślić, że jestem autorem lub współautorem (o kluczowym wkładzie merytorycznym) wielu nowych modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, w tym zupełnie nowatorskiej klasy modeli z sektoryzacją pamięci buforowej, zaproponowałem rozwiązanie wielu problemów obliczeń symbolicznych związanych z analizą nowych modeli systemów zgłoszeń o losowej objętości, ale także modeli znanych wcześniej (również klasycznych), wykorzystując do tego autorskie algorytmy wykorzystujące pakiety algebry komputerowej, a także pokazałem możliwości wykorzystania przedstawionych modeli do wyznaczania charakterystyk utrat informacji lub ich oszacowań w realnych systemach telekomunikacyjnych oraz informatycznych. Przedstawione badania cechuje samodzielność, znajomość metodologii oraz wysoki poziom merytoryczny, a także pomysłowość. Omówione osiągnięcia wnoszą istotny wkład w rozwój teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, znacznie poszerzając arsenał modeli teorii kolejek, a tym samym są istotnym elementem wpływającym na rozwój dyscypliny informatyka techniczna i telekomunikacja w chwili obecnej, ale także w przyszłości.

5. Informacja o wykazywaniu się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej.

Początek mojej działalności naukowej przypada na końcowy etap studiów licencjackich na kierunku matematyka (III rok studiów). Wtedy też, w wyniku konkursu przeprowadzonego przez prof. hab. Olega Tikhonenko, zostałem członkiem nowo tworzonego seminarium naukowego TEORIA OBSŁUGI MASOWEJ, które to seminarium było prowadzone w latach 2003 - 2014 początkowo w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Częstochowie (potem Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie), a potem na Politechnice Częstochowskiej (z którą profesor podjął współpracę w późniejszym okresie). Z uwagi na zainteresowanie się nową tematyką naukową (klasyczne modele kolejkowe), zmieniłem wybrany już temat pracy licencjackiej na temat związany właśnie z teorią kolejek i był to mój pierwszy kontakt z badaniami naukowymi dotyczącymi tego obszaru. Praca magisterska była już związana z analizą nowego modelu systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości z dwoma klasami zgłoszeń różniących się priorytetem obsługi, dla modelu tego uzyskałem pierwsze istotne wyniki (na przykład wartość pierwszego momentu stacjonarnej objętości sumarycznej). Model ten, znacznie poszerzony, był jednym z elementów badań zawartych w mojej rozprawie doktorskiej.

W latach 2006 - 2017 (z roczną przerwą) byłem zatrudniony najpierw jako asystent, a potem jako adiunkt w **Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie** (Instytut Matematyki i Informatyki), gdzie rozpoczęła się moja poważniejsza aktywność naukowa, natomiast w roku 2017 zmieniłem pracodawcę na **Szkołę Główną Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie** (Katedra Systemów Informatycznych). Chociaż pracowałem też dorywczo na innych uczelniach (umowy cywilnoprawne), a także rozpocząłem pracę na drugim etacie w Uniwersytecie SWPS w Warszawie w październiku 2024 roku (tu jako pracownik dydaktyczny), to jednak w dwóch wspomnianych na początku uczelniach moja kariera i aktywność naukowa miały faktyczne odzwierciedlenie (dowodem jest tu między innymi afiliacja artykułów naukowych).

Co będę chciał też pokazać, pierwsza uczelnia dała mi możliwość uzyskiwania pierwszych ważnych wyników naukowych, kształcenia umiejętności analizy matematycznej klasycznych modeli kolejkowych i ich uogólnień zakładających losową objętość zgłoszeń oraz umożliwiła mi zdobycie stopnia naukowego doktora, natomiast pełny rozwój moich możliwości nastąpił nieco później po zmianie zatrudnienia (spowodowane to było między innymi osiągnięciem pewnej samodzielności działań naukowych po uzyskaniu stopnia doktora oraz większymi możliwościami finansowania badań naukowych na drugiej uczelni). Praca i aktywność naukowa na obu uczelniach zbudowały fundament samodzielnego badacza, którym obecnie się już czuję. Dlatego opis aktywności naukowej podzielę na dwa rozłączne okresy zatrudnienia w tych dwóch miejscach pracy.

1. Okres pracy w Instytucie Matematyki i Informatyki Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie

Aby było łatwiej opisać moją aktywność naukową, na początek przedstawię spis publikacji naukowych powstałych i opublikowanych w tym okresie (żaden z artykułów tu wymienionych nie znalazł się w monotematycznym cyklu publikacji przedstawionym do oceny, jednak ich wpływ na rozwój mojej kariery naukowej i powstanie artykułów ważniejszych nie może zostać pominięty):

Artykuły naukowe:

[N1] Tikhonenko Oleg, Ziółkowski Marcin – „Queueing Systems with Common Memory Space”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 10, materiały konferencyjne konferencji naukowej „Applications of Algebra”, Zakopane 7-13 marca 2005 (str. 131-149);

[N2] Tikhonenko Oleg, Ziółkowski Marcin – „Queueing Systems with Non-Homogeneous Internal and External Demands ”, materiały konferencyjne 13 konferencji naukowej „Czech-Polish-Slovak Mathematical School”, Hlubos 2-4 czerwca 2005 (str. 66-71);

[N3] Tikhonenko Oleg, Ziółkowski Marcin – „Queueing Systems with Random Volume Internal and External Calls ”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 11, materiały konferencyjne konferencji naukowej „Applications of Algebra In Logic and Computer Science ”, Zakopane 6-12 marca 2006 (str. 103-120);

[N4] Tikhonenko Oleg, Ziółkowski Marcin – „Combinations of Queueing Systems with Common Memory Space”, materiały konferencyjne międzynarodowej konferencji naukowej „Mathematical Methods for Increasing Efficiency of Information Telecommunication Networks”, Grodno 29 stycznia -1 lutego 2007 (str. 236-242) ;

[N5] Tikhonenko Oleg, Gola Artur, Ziółkowski Marcin – „Estimations of loss characteristics of single-server queueing systems with non-homogeneous customers”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 13, (2008) (str. 53-66);

[N6] Ziółkowski Marcin – „Generalization of probability density of random variables”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 14, (2009) (str. 165-172);

[N7] Tikhonenko Oleg, Gola Artur, Ziółkowski Marcin – “An influence of service discipline on characteristics of a single-server queue with non-homogeneous customers”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 15, (2010) (str. 191-200);

[N8] Ziółkowski Marcin – “M/M/n/m queueing system with non-identical servers”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 16, (2011) (str. 163-168);

[N9] Ziółkowski Marcin – „Stochastic server model with limited storage size”, materiały konferencyjne międzynarodowej konferencji naukowej „International Congress on Computer Science: Information Systems and Technologies”, Mińsk, 31.10-3.11 2011 (zeszyt 2, str. 71-74);

[N10] Ziółkowski Marcin – “Some practical applications of generating functions and LSTS”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 17, (2012) (str. 97-110);

[N11] Ziółkowski Marcin, Małek Jacek – “M/M/n/(m,V) queueing systems with a rejection mechanism based on AQM”, Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics, Volume 12, Issue 1 (2013) (str. 121-130);

[N12] Ziółkowski Marcin, Małek Jacek – “Queueing system M/M/n/(m,V) with non-identical servers”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 18, (2013) (str. 29-39);

[N13] Oleg Tikhonenko, Marcin Ziółkowski – „Combination of Queueing Systems of Different Types with Common Buffer: A Theoretical Treatment”, Communications in Computer and Information Science, vol 800. Springer, Cham (2017) (str 158-167).

Początkowy okres mojej pracy naukowej miał charakter zdobywania doświadczenia i prowadzenia pierwszych obliczeń, a także pomocy w opracowywaniu nowych modeli kolejkowych w ścisłej współpracy z promotorem pracy doktorskiej.

Artykuły [N2] oraz [N3], opublikowane głównie w materiałach konferencyjnych konferencji międzynarodowych, były pierwszymi artykułami z moim skromnym udziałem w ich powstanie m.in. prowadzenie obliczeń symbolicznych (uzyskanie wzoru na pierwszy moment objętości sumarycznej) i numerycznych, sprawdzanie poprawności modelu (symulacje komputerowe), pomoc w redakcji i korekcie artykułu. Ich tematyka skupiała się na badaniach wstępnych dotyczących jednoliniowego systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości, w którym zgłoszenia są podzielone na dwie klasy różniące się priorytetem obsługi. Badania te zostały w późniejszym okresie rozwinięte w ramach pracy nad rozprawą doktorską i opublikowane w artykule [2] omawianym podczas prezentacji monotematycznego cyklu publikacji wskazanego jako źródło osiągnięć naukowych. Model był jednym z dwóch głównych zagadnień analizowanych w pracy doktorskiej.

Artykuły [N1], [N4], [N9] oraz [N13], również opublikowane w materiałach konferencyjnych lub czasopismach o nieco mniejszej randze były związane z analizą modelu powiązanych systemów kolejkowych obsługi zgłoszeń o losowej objętości ze wspólną pamięcią buforową. Tu również przyczyniłem się do ich powstania w stopniu niewielkim, pomagając między innymi w analizie przypadków szczególnych modelu, otrzymując pewne szczegółowe wyniki symboliczne i numeryczne, czy sprawdzając poprawność modelu pod kątem matematycznym z dodatkowym wykonaniem symulacji komputerowych, które sprawdzały zbieżność wyników teoretycznych z symulacyjnymi, a także pomagając w redakcji artykułu przed jego publikacją. Ten model był drugim z modeli analizowanych

w mojej rozprawie doktorskiej, w trakcie pracy nad rozprawą znacznie poszerzyłem zakres badań i przedstawiłem nowe wyniki związane między innymi ze szczegółową analizą przypadków szczególnych modelu.

Artykuły [N5] oraz [N7] były artykułami o znaczeniu bardziej obliczeniowym, również opublikowanymi w periodykach o mniejszym znaczeniu. Pierwszy z nich zajmował się tematyką wyznaczania oszacowania charakterystyk utrat informacji dla prostych jednoliniowych systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, tu analizowałem pewne przypadki szczególne oraz prowadziłem pewne obliczenia numeryczne i symulacyjne, które były prezentowane potem w artykule w postaci tabel lub wykresów. Drugi z artykułów analizował wpływ dyscypliny obsługi na wybrane charakterystyki jednoliniowego systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości, tu również wykonywałem głównie obliczenia związane z analizą przypadków szczególnych, sprawdzałem poprawność otrzymanych wyników oraz pomagałem w redakcji tekstu.

Nieco większą uwagę trzeba zwrócić na artykuły [N6] oraz [N10]. Były to moje pierwsze całkowicie samodzielne prace, w których można znaleźć początki rozważań nad wprowadzeniem nowych algorytmów obliczeń symbolicznych wykorzystywanych w modelowaniu systemów kolejkowych w ujęciu klasycznym oraz systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości. Trudno sobie wyobrazić, aby bez tych wstępnych prac mógł powstać artykuł [9] omawiany w poprzednim punkcie. Dokładniej rzecz ujmując, w pracy [N6] zająłem się problemem uogólnionej funkcji gęstości (w oparciu o dystrybucję Diraca), natomiast w artykule [N10] omówiłem podstawowe własności przekształcenia Laplace'a oraz funkcji tworzącej zmiennych i wektorów losowych wykorzystywane w modelowaniu systemów kolejkowych i uzyskałem pierwsze wyniki związane między innymi z wyznaczaniem splotów dystrybuant zmiennych losowych nieujemnych (splot rozkładów geometrycznych, wykładniczych o różnych parametrach oraz splot dowolnej ilości rozkładów jednostajnych o tych samych parametrach) z wykorzystaniem pakietów algebry komputerowej i metody odwracania przekształcenia Laplace'a. Prace te, choć opublikowane w czasopiśmie o mniejszym znaczeniu, miały ogromny wpływ na powstanie ważnych algorytmów obliczeń symbolicznych oraz możliwość późniejszego analizowania nowych modeli systemów zgłoszeń o losowej objętości (w tym modeli z sektoryzacją pamięci buforowej).

Prace [N8] oraz [N12] były moimi pierwszymi próbami zmierzenia się z systemami z nieidentycznymi serwerami. W pierwszej z nich (praca samodzielna) uzyskałem wyniki dla klasycznego systemu typu $M/M/n/m$ z nieidentycznymi serwerami, natomiast w drugiej pracy (na której powstanie miałem wiodący wpływ, współautor pełnił rolę pomocniczą) uzyskałem wyniki dotyczące uogólnienia tego modelu na system obsługi zgłoszeń o losowej objętości z czasem obsługi niezależnym od objętości zgłoszenia (model klasy 2). Obie prace były przyczynkiem do późniejszych badań nad bardziej skomplikowanymi modelami systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z nieidentycznymi serwerami, a w konsekwencji

przyczyniły się do powstania prac [1], [3] oraz [8] z omawianego w poprzednim punkcie monotematycznego cyklu publikacji.

Praca [N11] zasługuje na uwagę z jednego powodu, była to pierwsza praca, która pojawiła się w artykule o szerszym zasięgu i była indeksowana w bazie WoS. Tematyka artykułu jest związana z systemem obsługi zgłoszeń o losowej objętości z dodatkowo wprowadzonym mechanizmem odrzucania pakietów na podstawie sumarycznej objętości zgłoszeń obecnych w systemie oraz zgłoszenia przybywającego. Nowym pomysłem w artykule jest wprowadzenie uogólnienia klasycznego algorytmu AQM (odrzuć na podstawie ilości zgłoszeń), praca ta może również wносить istotny wkład w rozwój teorii systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości, ale pominąłem ją głównie z uwagi na jej mniejszy zasięg (niska punktacja).

Podsumowując wszystkie omówione artykuły, należy zdecydowanie podkreślić, że mimo że większość z nich miała charakter wstępny, a mój udział w ich powstanie był mniejszy, to jednak praca nad nimi pozwoliła mi zdobyć doświadczenie, uzyskać pierwsze drobne wyniki naukowe, a także zapoczątkowała powstanie późniejszych poważniejszych artykułów, wiele kierunków moich samodzielnych badań opisanych w poprzednim punkcie miało swój początek właśnie w tych artykułach.

Oprócz działalności naukowej w ramach modeli kolejkowych, przez jakiś czas zajmowałem się również dydaktyką matematyki, tu też powstało kilka artykułów naukowo - dydaktycznych i popularyzujących naukę oraz podręczników i innych materiałów dydaktycznych, ale ten aspekt mojej działalności zostanie omówiony w kolejnym punkcie.

Oprócz pracy nad artykułami naukowymi oraz rozprawą doktorską (ostatecznie obronioną w 2012 roku z wyróżnieniem) brałem udział w konferencjach naukowych (o zasięgu międzynarodowym i krajowym). Ważniejsze konferencje, w których brałem aktywny udział (z wygłoszeniem referatu, część z referatów w poszerzonej wersji było potem opublikowanych w postaci publikacji) to m.in:

- międzynarodowa konferencja „*Applications of Algebra in Logic and Computer Science*” odbywająca się corocznie w Zakopanem (mój udział w latach 2010, 2011, 2012, 2013, 2014 oraz 2016, w sumie 6 referatów);
- międzynarodowa konferencja „*Polish - Czech - Slovak Mathematical School*” w Hucisku 2011 (jeden referat)
- krajowa konferencja *MMiFT* w Kleszczowie 2012 (dwa referaty).

Oprócz tego, w omawianym okresie, aktywnie brałem udział w seminarium naukowym TEORIA OBSŁUGI MASOWEJ (wygłoszonych 15 referatów, pełnienie funkcji sekretarza seminarium oraz opiekuna strony internetowej seminarium) oraz seminarium naukowym Instytutu Matematyki i Informatyki (3 referaty), wygłosiłem też pojedyncze referaty na seminariach naukowych w Instytucie Informatyki Teoretycznej i Stosowanej PAN w Gliwicach, Katedrze Zastosowań Matematyki Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego

w Warszawie oraz seminarium naukowym Wydziału Matematyczno - Przyrodniczego Szkoły Nauk Ścisłych Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie.

Byłem też wykonawcą grantu Zakładu Informatyki Stosowanej w latach 2009 - 2011, 2014 - 2016 oraz grantu Zakładu Teoretycznych Podstaw Informatyki w latach 2012 - 2013, a także wykonawcą grantu dla młodych pracowników nauki w latach 2011 - 2014. Złożyłem także wniosek grantowy do NCN (PRELUDIUM) w roku 2011, mimo pozytywnej oceny merytorycznej wniosek nie został ostatecznie zakwalifikowany do finansowania. W roku 2013 otrzymałem nagrodę Rektora III stopnia za osiągnięcia naukowe. W tym samym roku uzyskałem awans naukowy i objąłem stanowisko adiunkta.

Rozpocząłem też pracę jako recenzent artykułów naukowych, wykonałem dwie pierwsze recenzje dla czasopism „*Operation Research and Decisions*” oraz „*Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics*” (lista B wykazu MNiSW).

2. Okres pracy w Katedrze Systemów Informatycznych Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

W roku 2017 w wyniku konkursu przeprowadzonego w Katedrze Informatyki SGGW w Warszawie zostałem zatrudniony na stanowisku adiunkta w wyżej wymienionej jednostce. Od tego momentu moja aktywność naukowa istotnie wzrosła. Wszystkie artykuły ujęte w monotematycznym cyklu publikacji (10 artykułów wysokopunktowanych o znacznie szerszym zasięgu i większej liczbie cytowań) przedstawione do oceny powstały już w trakcie pracy w Szkole Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie i zostały omówione szczegółowo w poprzednim punkcie. Jednak oprócz tego powstało wiele innych artykułów o charakterze wstępnym, które pojawiły się głównie w materiałach konferencyjnych o mniejszym zasięgu. Aby łatwiej odnieść się do istotnej aktywności naukowej w tej jednostce, przedstawię spis publikacji powstałych w okresie 2017 - 2024, oczywiście poza artykułami już wcześniej omówionymi (wchodzącymi w monotematyczny cykl publikacji):

[N14] Marcin Ziółkowski, Oleg Tikhonenko – „Multiserver Queueing System with Non-homogeneous Customers and Sectorized Memory Space”, *Communications in Computer and Information Science*, vol 860. Springer, Cham (2018) (str 272-285);

[N15] Oleg Tikhonenko, Marcin Ziółkowski – „Queueing Systems with Non-homogeneous Customers and Infinite Sectorized Memory Space”, *Communications in Computer and Information Science*, vol 1039. Springer, Cham (2019) (str 316-329);

[N16] Oleg Tikhonenko, Marcin Ziółkowski – „Queueing Models of Systems with Non-Homogeneous Customers and their Applications in Computer Science”, *proceedings of the IEEE 15th International Scientific Conference on Informatics „Informatics 2019”*, Poprad 20-22 November 2019 (str 423-428);

[N17] Oleg Tikhonenko, Marcin Ziółkowski – „Unreliable single-server queueing system with customers of random capacity”, *Communications in Computer and Information Science*, vol 1231. Springer, Cham (2020) (str 153-170).

Prace [N14] - [N17] są bardzo ważne w kontekście powstania przyszłych istotnych wyników mających wpływ na rozwój teorii modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości ponieważ zapoczątkowały badania nad zupełnie nowymi klasami modeli.

Prace [N14] oraz [N15] są pierwszymi pracami, w których poruszono problem modelowania systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości z sektoryzacją pamięci buforowej, te prace przyczyniły się do powstania znacznie poważniejszych prac z omawianego cyklu publikacji (prace [6] - [8]) i mam tutaj wiodący wpływ w ich powstanie jako pomysłodawca wprowadzenia nowej klasy takich modeli, co omówiłem szczegółowo w poprzednim punkcie.

Praca [N16] jest pracą o charakterze przeglądowym, w którą miałem spory wkład i która była przyczynkiem do późniejszego powstania pracy [5]. Została ona zaprezentowana na międzynarodowej konferencji w Popradzie przez drugiego autora pracy.

Ostatnia z wymienionych prac jest z kolei pierwszą pracą, w której analizuje się model jednoliniowy systemu obsługi zgłoszeń o losowej objętości z zawodnym serwerem. Badania tego typu znalazły potem swoje odzwierciedlenie w pracach [4] oraz [10] przedstawionego do ilustracji osiągnięć monotematycznego cyklu publikacji.

Oprócz tego w omawianym okresie brałem udział w kilku międzynarodowych konferencjach naukowych, podczas których wygłosiłem referaty. Oto dane dotyczące mojego udziału w konferencjach:

- międzynarodowa konferencja *Computer Networks 2018* w Gliwicach (wygłoszony referat, wersja rozszerzona referatu opublikowana w [N14], nagroda od komitetu naukowego konferencji za najlepszy referat wygłoszony na konferencji);
- międzynarodowa konferencja *Computer Networks 2019* w Kamieniu Śląskim (wygłoszony referat, wersja rozszerzona referatu opublikowana w [N15]);
- międzynarodowa konferencja *Computer Networks 2020*, która z uwagi na pandemię odbywała się w formie on-line (wygłoszony referat, wersja rozszerzona opublikowana w [N17]);
- międzynarodowa konferencja *Applications of Computer Algebra 2023* w Warszawie (wygłoszony referat, który był przyczynkiem do późniejszego opublikowania ważnej pracy [9]).

Poza tym, w omawianym okresie, aktywnie brałem udział w seminarium naukowym Katedry Informatyki, a potem Instytutu Informatyki Technicznej SGGW w Warszawie, wygłosiłem podczas seminariów w sumie 5 odczytów w latach 2018 - 2023. Złożyłem w sumie czterokrotnie wnioski grantowe do NCN (konkursy MINIATURA 5, MINIATURA 7 oraz MINIATURA 8) o finansowanie pojedynczego działania naukowego w postaci stażu w uczelni krajowej oraz zagranicznej w latach 2021 - 2024, niestety mimo pozytywnych oceny merytorycznych wniosków nie zostały ostatecznie zakwalifikowane do finansowania.

Kontynuowałem też pracę jako recenzent artykułów naukowych, wykonałem między innymi 7 recenzji (jedną dwukrotnie) dla czasopism „*Mathematics*”, „*Bulletin of the Polish*

Academy of Sciences. Technical Sciences”, „*Axioms*” oraz „*Entropy*” (lista A wykazu MNiSW) oraz trzy inne recenzje dla czasopisma o mniejszym zasięgu (lista B, czasopismo wydawnictwa Wydziału Zastosowań Informatyki i Matematyki SGGW w Warszawie). Byłem także redaktorem naczelnym dwóch specjalnych wydań czasopisma „*Mathematics*” w latach 2023 - 2025 (lista A MNiSW, tematyka numeru specjalnego związana z teorią kolejek i ich zastosowaniami) oraz członkiem kolegium redakcyjnego czasopisma „*Scientific Issues Jan Długosz University of Częstochowa. Mathematics*” (lista B, redaktor statystyczny, członek Rady Naukowej) w latach 2017 - 2018. Pełniłem także rolę promotora pomocniczego w przewodzie doktorskim doktoranta Politechniki Częstochowskiej, przewód doktorski nie został jednak zakończony pozytywnie z uwagi na problemy osobiste kandydata do stopnia doktora i jego rezygnacji przed obroną (mimo bardzo dobrych osiągnięć naukowych, między innymi dobrych publikacji).

6. Informacja o osiągnięciach dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę lub sztukę.

A. Osiągnięcia dydaktyczne i popularyzujące naukę

W tym punkcie postaram się w sposób dość skrótowy przedstawić moje osiągnięcia dydaktyczne na obu uczelniach, których byłem pracownikiem w latach 2006 - 2025, nie rozdzielając ich zasadniczo na okres pracy w Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie oraz w Szkole Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, szczególnie, że przedstawiane daty osiągnięć jasno precyzują granice dla mojego zatrudnienia. Wszystkie osiągnięcia do roku 2017 (z wyjątkiem jednej publikacji dydaktycznej z afiliacją SGGW) można zaliczyć do okresu pracy w Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie, natomiast te datowane na rok 2018 lub lata późniejsze są już związane z moją aktywnością dydaktyczną w SGGW.

Na początku chciałbym podkreślić, że poza tematyką klasycznych modeli kolejkowych i ich uogólnień, drugim bardzo ważnym biegunem moich działań naukowo - dydaktycznych była dydaktyka matematyki z uwagi na wieloletnią aktywną pracę w charakterze nauczyciela matematyki (zatrudnienie bez przerw od 2003 roku do chwili obecnej, różne etapy kształcenia, uzyskany stopień nauczyciela dyplomowanego w roku 2013, pięć nagród dyrektorów szkół oraz organu prowadzącego w różnych placówkach, ogromne osiągnięcia w zakresie przygotowywania uczniów do konkursów przedmiotowych, praca nad podręcznikami do nauki matematyki, prowadzenie kursów maturalnych, organizacja ogólnopolskiego próbnego egzaminu gimnazjalnego, wystąpienia na seminariach dla nauczycieli, konferencjach dydaktycznych czy prowadzenie warsztatów dla nauczycieli matematyki).

Szczególnie nasilenie tego rodzaju działalności nastąpiło w latach 2012 - 2017, głównie podczas pracy w Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie z uwagi na

nawiązanie współpracy z nieżyjącym już, niestety, dr. hab. Jackiem Jędrzejewskim, prof. AJD w Częstochowie oraz wybitnym dydaktykiem i pedagogiem dr. hab. Grażyną Rygał, prof. AJD w Częstochowie (wówczas Pani profesor była dziekanem Wydziału Pedagogicznego AJD) oraz środowiskiem nauczycieli matematyki regionu częstochowskiego.

W wyniku tej współpracy oraz własnego doświadczenia wynikającego z pracy w charakterze nauczyciela powstało kilka dość dobrych artykułów dydaktycznych (lub naukowo - dydaktycznych) oraz popularnonaukowych, których tematyka skupiała się wokół problemów dydaktyki matematyki w II, III oraz IV etapie edukacyjnym (od szkoły podstawowej poprzez gimnazjum aż po szkołę średnią). Oto lista tych artykułów:

[D1] Jędrzejewski Jacek, Ziółkowski Marcin – “Divisibility and its application in teaching mathematics in the third educational level”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 19, (2014) (str. 71-82);

[D2] Stępień Lidia, Stępień Marcin Ryszard, Ziółkowski Marcin – “On teaching of geometric transformations in school”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 19, (2014) (str. 153-164);

[D3] Stępień Lidia, Stępień Marcin Ryszard, Ziółkowski Marcin – “Time calculations in school”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 20, (2015) (str. 21-28);

[D4] Marcin Ziółkowski, Lidia Stępień, Marcin Ryszard Stępień – „The usage of monotonic and injective function concepts in solving simple equations and inequalities”, *Studia i Materiały*, nr 12, (2016) (str. 37-46);

[D5] Marcin Ziółkowski, Lidia Stępień, Marcin Ryszard Stępień, Artur Gola – „Applications of Python programs in solving of equations based on selected numerical methods”, prace naukowe Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie zeszyt 22, (2017) (str. 31-45).

Prace te opublikowane zostały w czasopiśmie o niewielkim zasięgu (część B listy MNiSW), jednak zawierają pewne ciekawe pomysły dydaktyczne.

W pracy [D1] omówiono najważniejsze koncepcje związane z wprowadzaniem elementów teorii podzielności w szkole podstawowej, przedstawiono kilka ciekawych algorytmów związanych między innymi z wyznaczaniem listy dzielników danej liczby naturalnej dodatniej czy obliczaniem ich ilości (m.in. algorytm wypisywania dzielników parami niewystępujący raczej w szkole mimo swojej znacznie mniejszej złożoności w stosunku do algorytmu klasycznego, brak prezentacji sposobu obliczania ilości dzielników w szkole podstawowej), obliczaniem NWD oraz NWW, a także znajdowaniem liczb pierwszych, doskonałych oraz par liczb zaprzyjaźnionych.

W pracy [D2] omówiono koncepcje dydaktyczne związane z wprowadzaniem pojęć związanych z przekształceniami geometrycznymi w gimnazjum (izometrie i podobieństwa), w szczególności pojęcia symetrii osiowej, środkowej, osi symetrii, środka symetrii oraz jednokładności oraz zastosowaniem rachunku wektorowego do opisu wybranych przekształceń (symetria środkowa, jednokładność).

Bardzo ciekawy, także pod względem naukowym, jest artykuł [D3], w którym zaproponowano ciekawy sposób prowadzenia obliczeń czasowych opartych o pewną relację równoważności w zbiorze notacji czasowych, co prowadzi do wykonywania obliczeń czasowych w sposób bardzo prosty, podobny do działań na liczbach mieszanych (w szczególności dodawanie i odejmowanie). W żadnym z podręczników nie spotkałem się z takim podejściem do nauczania tego zagadnienia, więc mogę uznać ten pomysł jako autorski, szczególnie, że w tym przypadku byłem głównym twórcą artykułu i pomysłodawcą wprowadzenia wspomnianej relacji równoważności.

Artykuł [D4] jest również głównie moim pomysłem. Podczas wieloletniej pracy nauczyciela matematyki zauważyłem, że uczniowie popełniają duże błędy przy rozwiązywaniu równań i nierówności, w których jedyna niewiadoma znajduje się tylko po jednej stronie równania (nierówności), stosując pewne uproszczone rozumowania ślepo zakładające, że występujące w równaniach funkcje są różnowartościowe, natomiast w przypadku nierówności, że są ściśle monotoniczne. Takie nieuprawnione założenia prowadzą do pomijania niektórych rozwiązań równań i całych podzbiorów zbiorów rozwiązań nierówności. W artykule szczegółowo omówiono ten problem i sposób radzenia sobie z równaniami i nierównościami, w których występują funkcje, które nie spełniają tych założeń.

Ostatni z artykułów, czyli [D5] pokazuje możliwości zastosowania języka programowania Python do znajdowania przybliżonych rozwiązań równań nieliniowych w oparciu o podstawowe metody numeryczne: metodę połowienia, stycznych, siecznych oraz metodę iteracyjną opartą o twierdzenie Banacha o punkcie stałym odwzorowania zwężającego. Tutaj pochyliłem się nad dydaktyką matematyki w szkole wyższej, mając doświadczenie dotyczące złożoności obliczeń w tym przypadku i mając na celu pomoc studentom w prowadzeniu skomplikowanych obliczeń numerycznych, do czego skrypty napisane w języku Python nadają się znakomicie. Doświadczeni dydaktycy z Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie oraz Politechniki Świętokrzyskiej, związani również z nauczaniem podstaw programowania, współpracowali tu ze mną nad prezentacją odpowiednich kodów programów znajdujących przybliżenia pierwiastków równań oraz przedstawieniem omawianych metod numerycznych.

Poza publikacją artykułów dydaktycznych, w roku 2012, razem z prof. Jackiem Jędrzejewskim oraz dr. Agnieszką Vizvary z Uniwersytetu Łódzkiego rozpoczęliśmy współpracę z wydawnictwem RES POLONA z Łodzi i rozpoczęliśmy pracę nad serią podręczników do matematyki dla trzeciego etapu edukacyjnego (gimnazjum) oraz materiałów dydaktycznych dla nauczycieli. Jako praktyk brałem istotny udział między innymi w opracowaniu programu nauczania, poradników dla nauczycieli i zbiorów zadań, a także repetytorium dla uczniów klas trzecich przygotowujących się do egzaminu z matematyki, współpracowałem też w tworzeniu podręczników, ale tutaj najważniejszą pracę wykonali prof. Jędrzejewski i dr Agnieszka Vizvary. W ten sposób powstały następujące podręczniki i materiały dydaktyczne:

[P1] Jacek Jędrzejewski, Agnieszka Vizvary, Marcin Ziółkowski
„Matematyka – Świat liczb” – program nauczania matematyki w trzecim etapie edukacyjnym
RES POLONA Wyd. 2012 ISBN 978-83-7071-647-9 stron: 30.

[P2] Jacek Jędrzejewski, Agnieszka Vizvary, Marcin Ziółkowski
„Matematyka – Świat liczb” – podręcznik do klasy pierwszej gimnazjum
RES POLONA Wyd. 2012 Nr dop. 370/1/2011 ISBN 978-83-7071-560-1 stron: 259.

[P3] Jacek Jędrzejewski, Agnieszka Vizvary, Marcin Ziółkowski
„Matematyka – Świat liczb” – zbiór zadań do klasy pierwszej gimnazjum
RES POLONA Wyd. 2012 ISBN 978-83-7071-561-8 stron: 139.

[P4] Jacek Jędrzejewski, Agnieszka Vizvary, Marcin Ziółkowski
„Matematyka – Świat liczb” – poradnik dla nauczyciela do klasy pierwszej gimnazjum
RES POLONA Wyd. 2012 ISBN 978-83-7071-648-6 stron: 133.

[P5] Jacek Jędrzejewski, Agnieszka Vizvary, Marcin Ziółkowski
„Matematyka – Świat liczb” – podręcznik do klasy drugiej gimnazjum
RES POLONA Wyd. 2013 Nr dop. 370/2/2013 ISBN 978-83-7071-562-5 stron: 191.

[P6] Jacek Jędrzejewski, Agnieszka Vizvary, Marcin Ziółkowski
„Matematyka – Świat liczb” – zbiór zadań do klasy drugiej gimnazjum
RES POLONA Wyd. 2013 ISBN 978-83-7071-563-2 stron: 120.

[P7] Jacek Jędrzejewski, Agnieszka Vizvary, Marcin Ziółkowski
„Matematyka – Świat liczb” – poradnik dla nauczyciela do klasy drugiej gimnazjum
RES POLONA Wyd. 2013 ISBN 978-83-7071-552-6 stron: 122

[P8] Jacek Jędrzejewski, Agnieszka Vizvary, Marcin Ziółkowski
„Repetytorium z matematyki”
RES POLONA Wyd. 2012 ISBN 978-83-7071-657-8 stron: 216
Materiał pomocniczy dla uczniów trzeciej klasy gimnazjum przygotowujących się do egzaminu gimnazjalnego w części matematycznej.

Oprócz tego brałem udział w krajowej konferencji dydaktyki matematyki w Złotym Potoku (2013), a także miałem odczyty dydaktyczne na zorganizowanych przez wydawnictwo RES POLONA konferencjach w Piotrkowie Trybunalskim i Radomiu. Sama seria podręczników „Matematyka - świat liczb” została zauważona i otrzymała nagrodę dla najlepszego nowego zestawu podręczników do matematyki na targach książki w Łodzi. Co więcej, współpraca z wydawnictwem zaowocowała prowadzeniem warsztatów internetowych dla nauczycieli (12 odczytów o różnej tematyce), udziale w charakterze prelegenta w trzech spotkaniach seminarium naukowego dla nauczycieli, prowadzonym przez prof. Grażynę Rygał w Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie, a także organizacją próbnego egzaminu gimnazjalnego o zasięgu ogólnopolskim. W tym samym okresie zostałem nauczycielem dyplomowanym (2013 rok) oraz egzaminatorem egzaminu gimnazjalnego w części matematycznej. W dalszych latach przygotowałem do konkursów przedmiotowych

z matematyki wielu uczniów, trzech z nich zostało laureatami na poziomie wojewódzkim w latach 2014, 2019 oraz 2025 (co skutkowało zwolnieniem uczniów z egzaminu gimnazjalnego oraz egzaminu ósmoklasisty). Za swoją działalność byłem pięciokrotnie nagradzany przez dyrektorów szkół i organy je prowadzące.

Jeśli chodzi o aspekt dydaktyczny samej pracy ze studentami to chciałbym zdecydowanie podkreślić ogromny wachlarz prowadzonych przeze mnie przedmiotów zarówno matematycznych, jak i informatycznych oraz związanych z dydaktyką matematyki i informatyki na uczelniach wyższych w latach 2006 - 2025 (a także na trzeciej uczelni - Uniwersytecie SWPS, z którym podjąłem współpracę w roku 2024 oraz w trakcie pracy w AHE w Łodzi oraz Kolegium Informatycznym w Wodzisławiu Śląskim w ramach umów cywilnoprawnych), również w języku angielskim dla obcokrajowców. Prowadziłem między innymi przedmioty takie jak na przykład: Programowanie komponentowe; Programowanie zaawansowane; Programowanie skryptowe; Systemy operacyjne; Analiza matematyczna; Programowanie w języku C; Teoretyczne podstawy informatyki; Rachunek Prawdopodobieństwa; Wstęp do programowania; Programowanie proceduralne; Algorytmy i struktury danych; Statystyka, Języki, gramatyki, automaty; Teoria złożoności obliczeniowej; Metody numeryczne; Logika i teoria mnogości; Algebra; Dydaktyka matematyki; Dydaktyka informatyki; Modelowanie komputerowe; Projekty oprogramowania edukacyjnego; Podstawy techniki cyfrowej; Wizualizacja danych w 2D oraz 3D; Systemy zarządzania treścią; Technologia informacyjna w nauczaniu matematyki; Komputerowa analiza danych; Programowanie w języku JAVA; Programowanie obiektowe; Elementy teorii kolejek.

Chciałbym też zauważyć bardzo dobry odbiór prowadzonych zajęć potwierdzany wysokimi wynikami ankiet studenckich. Do wszystkich zajęć przygotowywałem listy zadań oraz prezentacje wykładowe lub inne materiały, które były zamieszczane na dedykowanych stronach internetowych lub systemach uczelnianych moodle oraz Google Classroom.

W okresie 2017 - 2025 byłem promotorem 3 prac magisterskich oraz 37 prac dyplomowych studentów kończących pierwszy stopień studiów (licencjackich w przypadku kierunku Informatyka i Ekonometria oraz inżynierskich w przypadku studiów na kierunku informatyka). Podczas pracy w Akademii im. Jana Długosza prowadziłem też dwukrotnie darmowy kurs dla maturzystów przygotowujących się do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym.

Byłem również autorem sylabusów prawie wszystkich przedmiotów, które prowadziłem od roku 2012 (czyli od momentu otrzymania stopnia naukowego doktora), uczestniczyłem w modyfikacji programu studiów (Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie) oraz byłem koordynatorem prawie wszystkich prowadzonych przeze mnie przedmiotów (odpowiedzialnym za organizację egzaminów, zaliczeń oraz deponowanie osiągnięć studentów, czyli archiwizację prac potwierdzających uzyskanie przez nich założonych efektów kształcenia).

Prowadziłem też działania związane z popularyzacją nauki (tu głównie referaty na dniach otwartych prowadzonych przez Akademię im. Jana Długosza w Częstochowie), ale za takie działania należy też uznać wystąpienia na seminariach i konferencjach dla nauczycieli, na których przedstawiałem między innymi nowe pomysły dydaktyczne, czy możliwość wykorzystania pakietów algebry komputerowej oraz skryptów napisanych w języku Python w procesie nauczania matematyki.

B. Działalność organizacyjna

W trakcie pracy w Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie oraz Szkole Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie pełniłem wiele dodatkowych funkcji organizacyjnych oraz pełniłem także funkcje kierownicze oraz byłem uczestnikiem ciał kolegialnych, podejmowałem też szereg działań związanych z poprawą działalności jednostki, której byłem pracownikiem. Działania zostaną zaprezentowane w podziale na dwa rozłączne okresy pracy w obu wymienionych uczelniach.

1. Okres pracy w Instytucie Matematyki i Informatyki Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie

W trakcie pracy w pierwszej z wymienionych uczelni pełniłem między innymi następujące funkcje o charakterze organizacyjnym:

- planista zajęć dydaktycznych na kierunkach matematyka oraz informatyka (2008-2011);
- członek kierunkowego zespołu do spraw zapewniania jakości kształcenia na kierunku informatyka (2013-2016) oraz matematyka (2015-2016);
- członek Rady Instytutu Matematyki i Informatyki (2016-2017);
- sekretarz oraz opiekun strony internetowej seminarium naukowego TEORIA OBSŁUGI MASOWEJ (2007 - 2014);
- członek komisji rekrutacyjnej na Wydziale Matematyczno - Przyrodniczym (2010);
- opiekun praktyk studenckich (2009);
- członek zespołu przygotowującego raport samooceny jednostki;
- członek minimum kadrowego na studiach pierwszego stopnia na kierunkach matematyka oraz informatyka (od roku 2012);
- członek zespołu opracowującego nowe programy studiów dla kierunków informatyka, matematyka oraz inżynieria bezpieczeństwa w zakresie studiów pierwszego stopnia. (tu również opracowanie programów i treści nowych przedmiotów w związku z wymaganiami Krajowych Ram Kwalifikacji: METODY NUMERYCZNE, MODELOWANIE KOMPUTEROWE, TECHNOLOGIA INFORMACYJNA, OPROGRAMOWANIE EDUKACYJNE, RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA, INFORMATYKA) ;
- członek zespołu opracowującego nowy program studiów dla kierunku matematyka w zakresie studiów drugiego stopnia (tu również opracowanie programów i treści nowych przedmiotów w związku z wymaganiami Krajowych Ram Kwalifikacji: WYKŁAD MONOGRAFICZNY – „Metody matematyczne w ekonomii”, WYKŁAD MONOGRAFICZNY – „Elementy teorii kolejek”, WYKŁAD MONOGRAFICZNY - „Programowanie funkcyjne”, „PAKIETY MATEMATYCZNE”);

- członek zespołu opracowującego nowy program studiów dla kierunków innowacyjne technologie i nowoczesne materiały oraz kryminalistyka i systemy bezpieczeństwa (tu również opracowanie programów i treści nowych przedmiotów w związku z wymaganiami Krajowych Ram Kwalifikacji: INFORMATYKA I PODSTAWY PROGRAMOWANIA, WYBRANE ELEMENTY INFORMATYKI);

Brałem też udział w promocji Uczelni w postaci udziału w dniach otwartych w roku 2010 (wygłoszony odczyt dla uczniów szkół średnich pt. „Złoty podział odcinka”) oraz prowadzenia darmowego kursu dla maturzystów przygotowujących się do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym w latach akademickich 2009/2010 oraz 2012/2013.

2. Okres pracy w Katedrze Informatyki (później Katedra Systemów Informatycznych) Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

W okresie pracy w drugiej uczelni pełniłem między innymi następujące funkcje organizacyjne:

- członek Rady Instytutu Informatyki Technicznej (od roku 2024);
- kierownik zakładu Systemów Komputerowych (2021-2024);
- koordynator elektronicznego systemu przydziału zajęć dydaktycznych i ich rozliczania (PENSUM) w Katedrze Systemów Informatycznych w latach (od roku 2021);
- członek uczelnianego kolegium elektorów w kadencji 2024 - 2028;
- członek komisji egzaminacyjnej egzaminu dyplomowego na kierunkach informatyka oraz informatyka i ekonometria (2018-2019);
- opracowanie w ramach grantu UE programu i treści przedmiotu „Advanced programming in JAVA”, przygotowanie materiałów dla studentów w postaci podręcznika w formie elektronicznej oraz materiałów prezentacyjnych;
- członek zespołu opracowującego nowe programy studiów dla kierunków informatyka oraz informatyka i ekonometria (tu również opracowanie programów i treści nowych przedmiotów w związku z wymaganiami Krajowych Ram Kwalifikacji: PROGRAMOWANIE KOMPONENTOWE, PROGRAMOWANIE W JĘZYKU JAVA, PROGRAMOWANIE ZAAWANSOWANE W JĘZYKU JAVA (również w wersji angielskiej), PROGRAMOWANIE ZAAWANSOWANE, PROGRAMOWANIE SKRYPTOWE, PROGRAMOWANIE OBIEKTOWE, PRZEDMIOT FAKULTATYWNY „ELEMENTY TEORII KOLEJEK”).

Za swoje zasługi organizacyjne zostałem wyróżniony nagrodą zespołową II stopnia przez Rektora SGGW w roku 2023.

3. Uwagi dotyczące aktywności organizacyjnej w innych miejscach pracy (Uniwersytet SWPS w Warszawie, umowy cywilno - prawne (głównie AHE w Łodzi))

Dodatkowo warty podkreślenia jest fakt, że na razie krótki okres dodatkowego zatrudnienia w Uniwersytecie SWPS w Warszawie (od października 2024 roku) również obfitował w wiele podejmowanych działań o charakterze organizacyjnym m.in.:

- pełnienie funkcji koordynatora wielu przedmiotów na kierunku informatyka (związane z przygotowaniem programów i treści przedmiotu, prowadzeniem archiwizacji prac studentów oraz bieżącym dokumentowaniem osiągnięcia efektów uczenia się): SYSTEMY OPERACYJNE, ANALIZA MATEMATYCZNA 1, ANALIZA MATEMATYCZNA 2, PROGRAMOWANIE W JĘZYKU C, TEORETYCZNE PODSTAWY INFORMATYKI, PROBABILITY AND STATISTICS; PROJEKT DYPLOMOWY;
- udział w promocji uczelni (m. in. współudział przy produkcji filmu promocyjnego kierunku informatyka).

Za osiągnięcia dydaktyczne i organizacyjne zostałem w tym przypadku również nagrodzony nagrodą za działalność dydaktyczno - organizacyjną przez panią Dziekan Wydziału Projektowania Uniwersytetu SWPS w Warszawie.

Jeżeli chodzi o okres pracy na umowach cywilnoprawnych w AHE w Łodzi, chciałbym podkreślić zdobycie ogromnego doświadczenia w e-learningu (uczelnia ta jako jedna z pierwszych w kraju wykorzystywała platformę internetową do nauczania on-line, prowadziłem tam zajęcia już w latach 2005 - 2009 oraz 2017), a także zdobycie doświadczenia pracy na stanowisku kierowniczym (byłem prodziekanem kierunku informatyka w roku 2017). Tu między innymi uczestniczyłem w działaniach związanych z przywróceniem zgody PKA do prowadzenia zajęć na kierunku informatyka w filii AHE w Świdnicy (po negatywnej ocenie), byłem twórcą poprawionego programu studiów, a także prowadziłem działania naprawcze. Ostatecznie, z moją pomocą, uprawnienia zostały przywrócone.

7. Oprócz kwestii wymienionych w pkt. 1-6, wnioskodawca może podać inne informacje, ważne z jego punktu widzenia, dotyczące jego kariery zawodowej.

W tym punkcie jeszcze raz chciałbym zwrócić uwagę na wydatny wpływ obu wymienionych uczelni (AJD w Częstochowie i SGGW w Warszawie) na mój planowy rozwój jako naukowca i dydaktyka oraz moją wysoką aktywność zarówno naukową, jak i dydaktyczno - organizacyjną podczas pracy w tych uczelniach (oraz w mniejszym stopniu w innych jednostkach) oraz wagę moich osiągnięć naukowych w kontekście rozwoju dyscypliny informatyka techniczna i telekomunikacja.

Z drugiej strony chciałbym zaznaczyć połączenie aspektu naukowo - teoretycznego mojej pracy z aspektami dydaktycznym oraz praktycznym. Obszary naukowe i dydaktyczne mojej działalności przenikały się wzajemnie podczas całego okresu dotychczasowej pracy, doświadczenie nauczyciela spowodowało zainteresowanie się zagadnieniami związanymi z dydaktyką (tu efektem były publikacje dydaktyczne oraz podręczniki i inne materiały dydaktyczne), a uzyskiwane wyniki naukowe oraz problemy naukowe, które rozwiązywałem miały wpływ na mój rozwój jako dydaktyka. W ten sposób mogłem uczyć przedmiotów nie tylko związanych z moim podstawowym wykształceniem magisterskim (matematyka), ale w późniejszym czasie przedmiotów związanych głównie z informatyką (przede wszystkim z programowaniem). Poznałem podczas pracy na uczelniach dość dobrze pięć języków programowania: (C, C++, C#, JAVA oraz Python), które pomogły mi na przykład w prowadzeniu symulacji złożonych systemów kolejkowych, a z drugiej strony pozwoliły mi na przykład na prowadzenie przedmiotu MODELOWANIE KOMPUTEROWE. Z kolei moje zainteresowanie pakietami algebry komputerowej i nauczanie ich elementów studentów pozwoliło na dogłębne poznanie środowiska *Mathematica* i opracowanie zaawansowanych algorytmów obliczeń symbolicznych używanych w teorii kolejek.

Te fakty pokazują, że rozwój we wszystkich obszarach działalności był dość spójny oraz pełny. Podczas okresu swojej pracy nawiązałem wiele kontaktów naukowych z naukowcami oraz dydaktykami z różnych uczelni i regionów, także poprzez udział w konferencjach i seminariach, co także miało wpływ na mój rozwój.

Na koniec jeszcze raz chciałbym podkreślić znaczenie uzyskanych przeze mnie wyników naukowych w kontekście nie tylko teoretycznym (tworzenie modeli systemów obsługi zgłoszeń o losowej objętości i uzyskiwanie charakterystyk działania takich systemów), ale także praktycznym - moje badania pozwalają na opracowanie algorytmów obliczania potrzebnej pamięci buforowych systemów informatycznych o stochastycznym charakterze działania już na etapie projektowania takich systemów, a wprowadzone algorytmy skomplikowanych obliczeń symbolicznych pozwalają na uzyskiwanie nowych wyników naukowych również w innych dziedzinach wiedzy i mogą stanowić ogromną pomoc dla innych naukowców.

Stąd w moim odczuciu moje osiągnięcia naukowe mają wpływ na rozwój dyscypliny naukowej informatyka techniczna i telekomunikacja, ale częściowo również na rozwój innych dziedzin (przede wszystkim matematykę). Nie należy również zapominać o pewnych moich osobistych osiągnięciach na polu dydaktyki matematyki oraz współpracy z wydawnictwem pedagogicznym, które poskutkowało autorstwem serii podręczników i innych materiałów edukacyjnych.



.....
(podpis wnioskodawcy)